

**YAPI STATİĞİ 1**  
**DERS NOTLARI 8a**  
**Prof. Dr. Cengiz Dünder**

## **BÖLÜM 8**

# **İZOSTATİK SİSTEMLERİN HAREKETLİ YÜKLERE GÖRE ÇÖZÜMÜ**

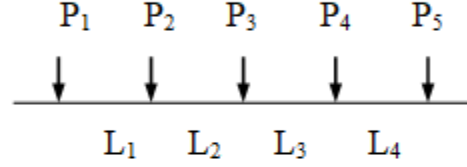
# İZOSTATİK SİSTEMLERİN HAREKETLİ YÜKLERE GÖRE ÇÖZÜMÜ

## Tanımlar Hareketli Yükler

**I. Grup:** Sistemin tamamını veya bir kısmını kaplayan düzgün yayılı yükler

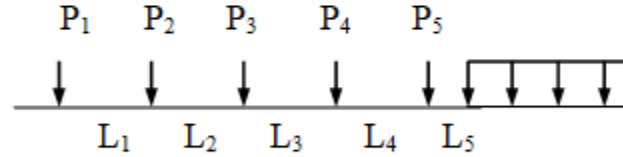


**II. Grup:**



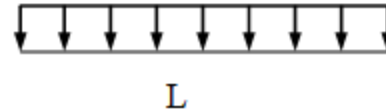
Şiddetleri ve ara mesafeleri sabit olan tekil yüklerden meydana gelen hareketli

**III. Grup**



Şiddetleri ve ara mesafeleri sabit olan tekil yükler ve üniform yayılı yükten meydana gelen hareketli yük

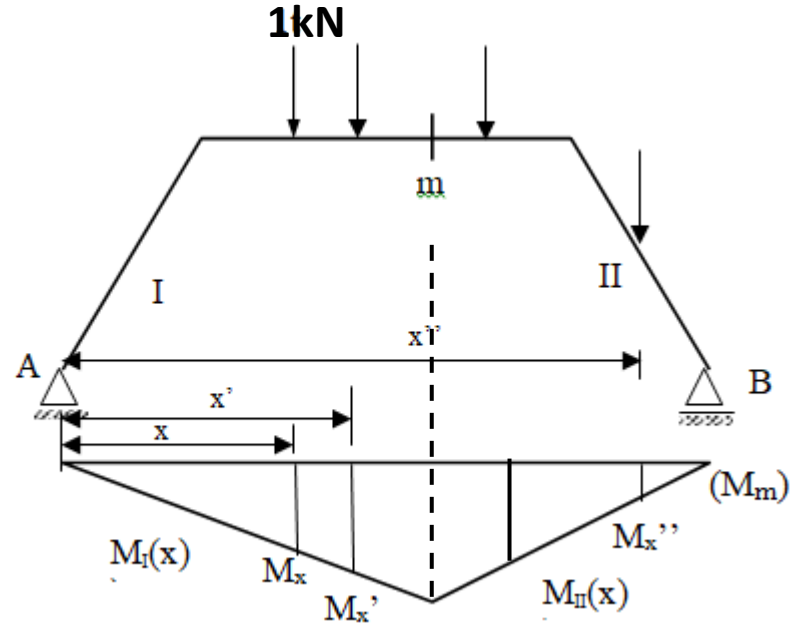
**IV. Grup:** Uzunluğu sabit olan üniform yayılı yük.



# TESİR ÇİZGİLERİ

## TANIM

Sisteme ait herhangi bir büyüklüğün (herhangi bir m kesitinde kesit tesirleri veya mesnet reaksiyonları) tesir çizgisi diyagramı diye, sistem üzerinde 1 kN luk kuvvet hareket ettiği zaman bu 1 kN luk yükten dolayı söz konusu büyüklüğün değerini 1 kN luk kuvvetin hizasını ordinat olarak almak suretiyle elde edilen diyagramlara denir.

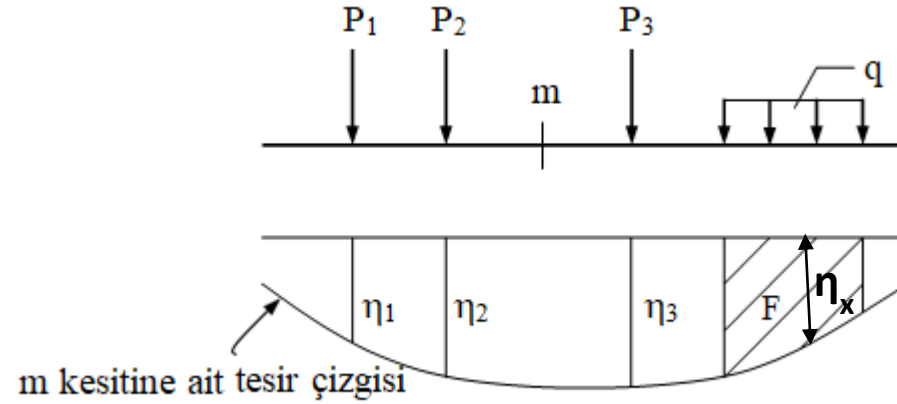


$$\begin{array}{l} x \rightarrow M_x \rightarrow M_I(x) \\ x'' \rightarrow M'_{x''} \rightarrow M_{II}(x'') \end{array}$$

## TESİR ÇİZGİLERİNİN KULLANILMASI

Tesir çizgileri iki amaç için kullanılır.

- Verilmiş bir kesitte sabit yüklerden meydana gelen bir kesit tesirinin tayini
- Verilmiş bir kesitteki kesit tesirini maksimum veya minimum yapan katar durumunun tayini.



$m$  kesitinde tekil yüklerden meydana gelen kesit tesirinin değeri tekil yük ile tekil yükün hizasında, 1 kN luk tekil yükten dolayı çizilen tesir çizgisi diyagramındaki  $\eta_i$  tesir çizgisi ordinatı ile çarpımına, üniform yayılı yükten dolayı meydana gelen kesit tesirinin değeri, üniform yayılı yük  $q$  ile üniform yayılı yükün hizasındaki  $F$  tesir çizgisi alanının çarpımına eşittir. Dolayısıyla,  $m$  kesitindeki tesir çizgisinin değeri;

$$M_m = P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + P_3\eta_3 + \int q\eta_x dx$$

$$M_m = \sum P_i\eta_i + Fq$$

# Hareketli yük için hesap esasları

---

1. Sistemde yeter derecede kesit alınır. Hareketli yükün muhtelif konumları için her kesitteki en büyük kesit tesirleri tayin edilir. Her kesit için kendisine ait en büyük kesit tesirleri göz önüne alınarak boyutlandırılır. Her kesit kendisine ait en büyük kesit tesirine göre hesap edildiğinde çubuk değişken kesitli olur.
2. En büyük kesit tesirlerinden en büyüğü seçilir ve bütün sistem bu kesit tesirine göre boyutlandırılır.

İkinci usule göre sistemleri boyutlandırmak küçük sistemler için ekonomik, birinci usule göre boyutlandırma ise büyük sistemler için ekonomiktir.

# Hareketli yük için hesap esasları

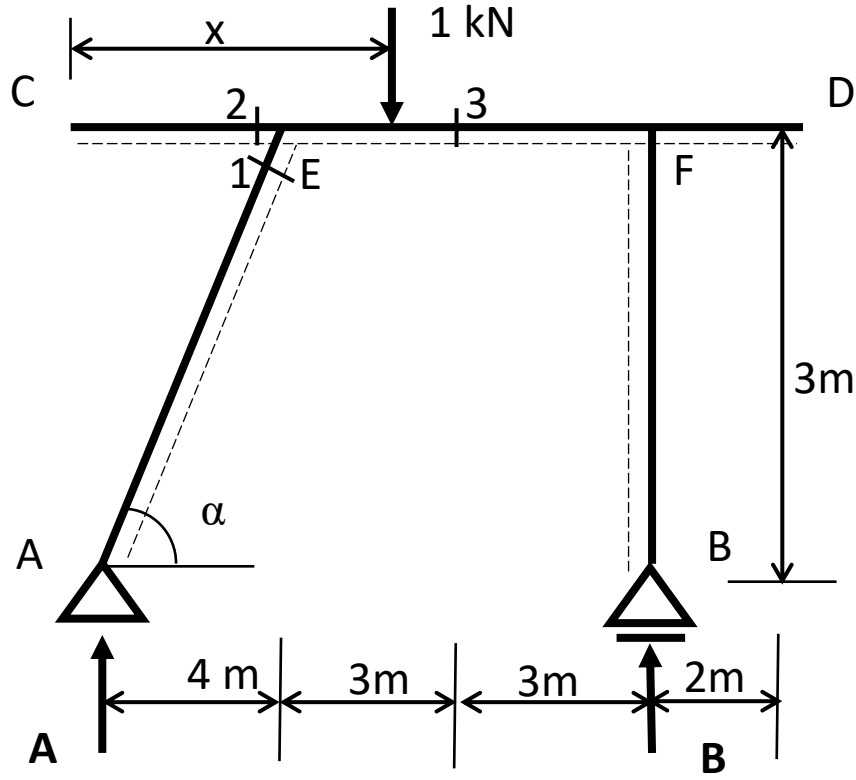
---

- Tesir çizgisi, sistem üzerinde belirli bir doğrultu da hareket eden 1 birimlik bir kuvvetten dolayı belirli bir kesitteki statik büyüklüğün (mesnet tepkisi, moment, kesme kuvveti, ... ) değişimini gösterir.
- Sistem üzerinde hareket etmekte olan 1 kN luk düşey kuvvetin herhangi bir konumunda, herhangi bir büyüklüğün (mesnet tepkisi, eğilme momenti, kesme kuvveti, ...) değerini, bu 1 kN luk kuvvetin altında ordinat almak suretiyle çizilen diyagrama, bu büyüklüğe ait tesir çizgisi diyagramı denir.
- İzostatik sistemlerde tesir çizgisi diyagramları doğru parçalarından oluşmaktadır.

- Hareketli yüklerin sistem üzerindeki konumları değişkendir. Hareketli yükler etkisindeki bir yapı sisteminin boyutlandırılması için, sistemin her kesitinde, hareketli yüklerden oluşan en elverişsiz (maksimum veya minimum) kesit zorlarının hesaplanması gerekmektedir.
- Hareketli yüklerden oluşan en elverişsiz büyüklükler genel olarak araştırma ile bulunabilir. Bunun için, hareketli yük sistemin üzerinde hareket ettirilerek, yükün her konumu için aranan büyüklüğün değeri tesir çizgisi diyagramı ile hesaplanabilir.



## ÖRNEK



*A, B, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>, T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub> tesir çizgilerini çiziniz.*

$$\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0.8$$

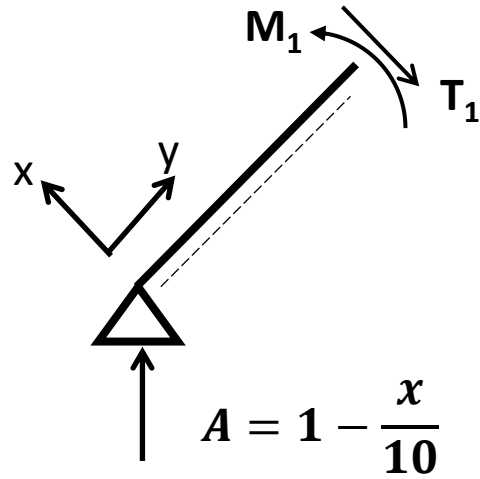
$$\sum M_A = 0 \quad -B \cdot 10 + 1 \cdot x = 0 \rightarrow B = \frac{x}{10}$$

$$\sum y = 0 \quad A + B = 1 \rightarrow A = 1 - \frac{x}{10}$$

$$x = 0 \rightarrow B = 0 \quad A = 10 \text{ kN}$$

$$x = 12 \rightarrow B = 1.2 \text{ kN} \quad A = -0.2 \text{ kN}$$

## $M_1, T_1$ tesir çizgileri



$$\sum M = 0 \rightarrow 4 \cdot \left(1 - \frac{x}{10}\right) - M_1 = 0$$

$$M_1 = 4 \cdot \left(1 - \frac{x}{10}\right)$$

$$\sum y = 0 \rightarrow A \cdot \cos\alpha - T_1 = 0$$

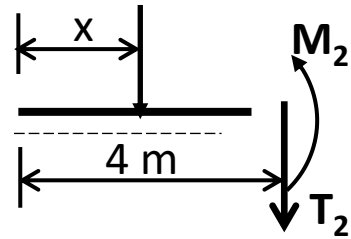
$$T_1 = 0.8 \cdot \left(1 - \frac{x}{10}\right)$$

$$x = 0 \rightarrow M_1 = 4 \text{ kNm} \quad T_1 = 0.8 \text{ kN}$$

$$x = 10 \rightarrow M_1 = 0 \text{ kNm} \quad T_1 = 0 \text{ kN}$$

$$x = 12 \rightarrow M_1 = -0.8 \text{ kNm} \quad T_1 = -0.16 \text{ kN}$$

## $M_2, T_2$ tesir çizgileri



$$\sum M = 0 \rightarrow -M_2 - (4 - x) \cdot 1 = 0$$

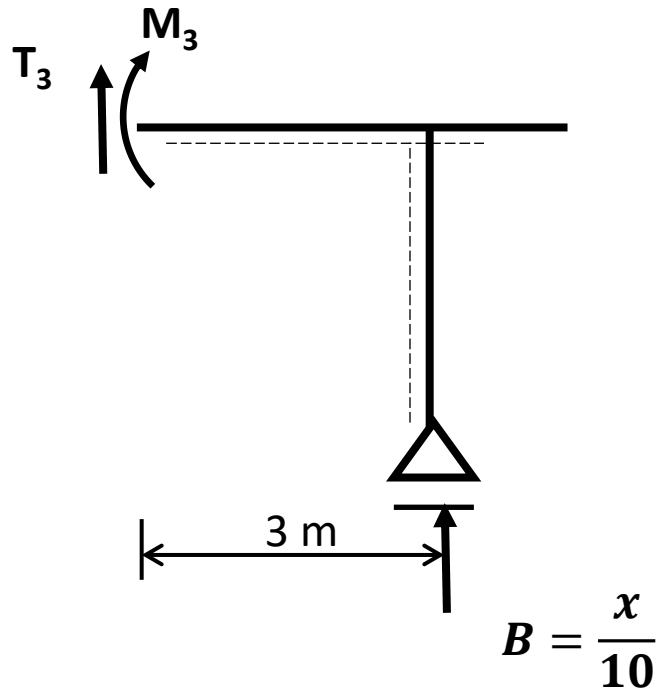
$$M_2 = -(4 - x)$$

$$\sum y = 0 \rightarrow -T_2 - 1 = 0 \quad T_2 = -1$$

$$x = 0 \rightarrow M_2 = -4 \text{ kNm} \quad T_2 = -1 \text{ kN}$$

$$x = 4 \rightarrow M_2 = 0 \text{ kNm} \quad T_2 = -1 \text{ kN}$$

$M_3, T_3$  tesir çizgileri  
1 kN luk yük 3 kesitinin solunda



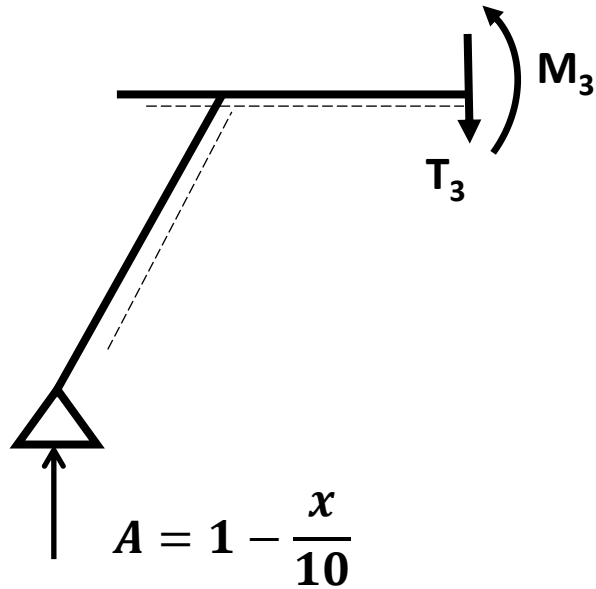
$$\sum M = 0 \rightarrow M_3 = 3 \cdot \frac{x}{10}$$

$$\sum y = 0 \rightarrow T_3 = -\frac{x}{10}$$

$$x = 0 \rightarrow M_3 = 0 \text{ kNm} \quad T_3 = 0 \text{ kN}$$

$$x = 7 \rightarrow M_3 = 2.1 \text{ kNm} \quad T_3 = -0.7 \text{ kN}$$

$M_3, T_3$  tesir çizgileri  
1 kN luk yük 3 kesitinin sağında

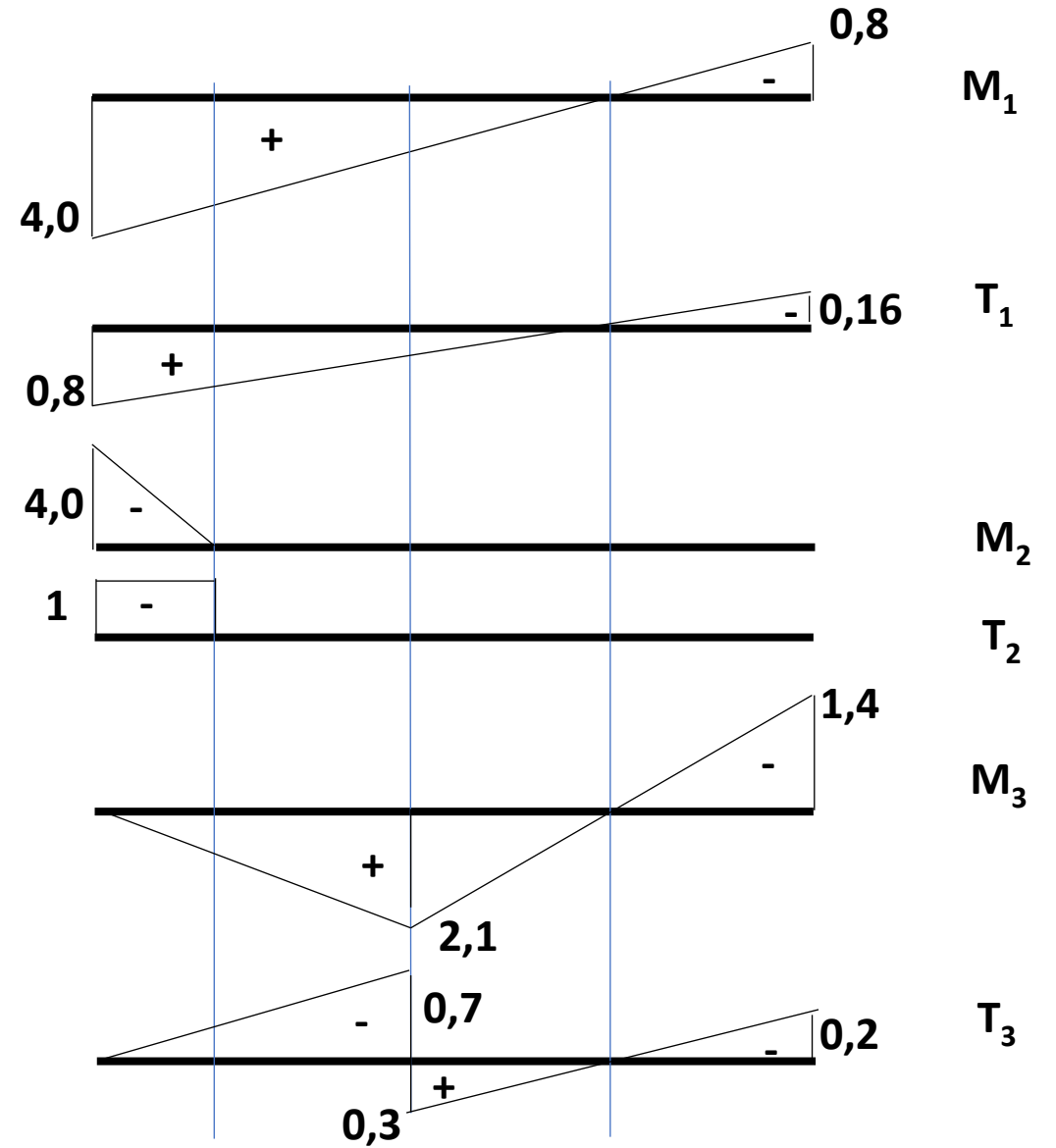
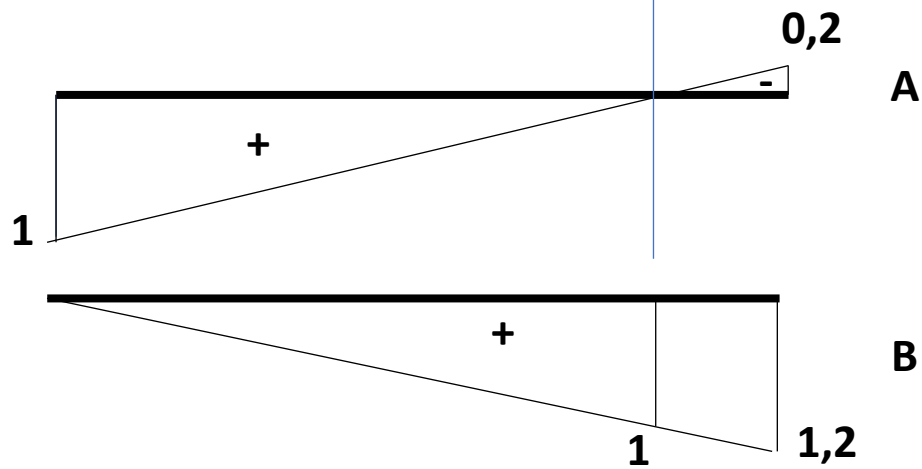
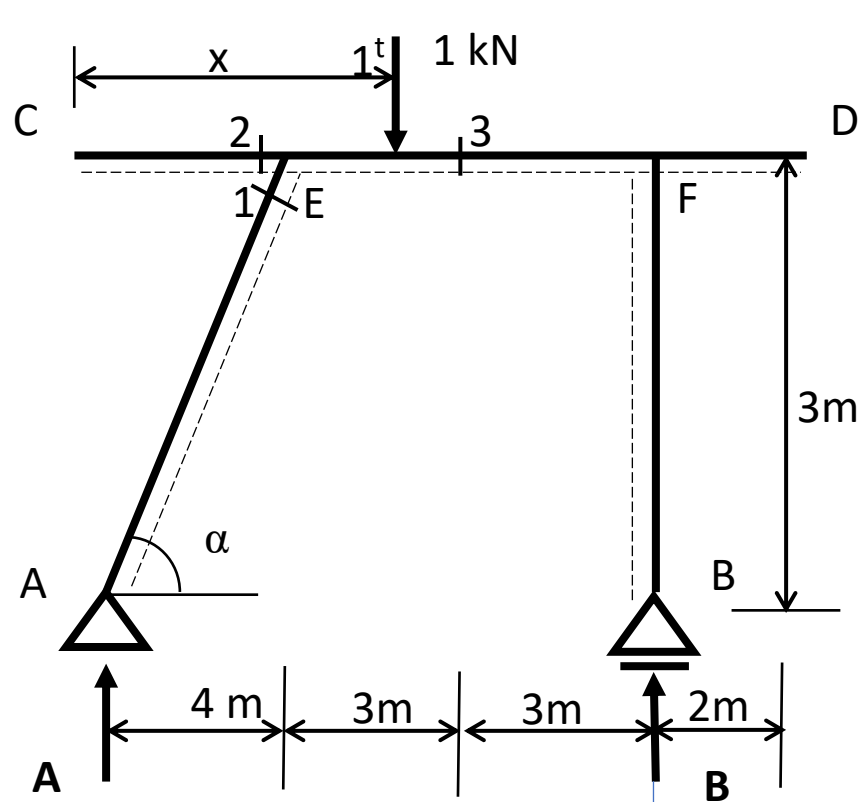


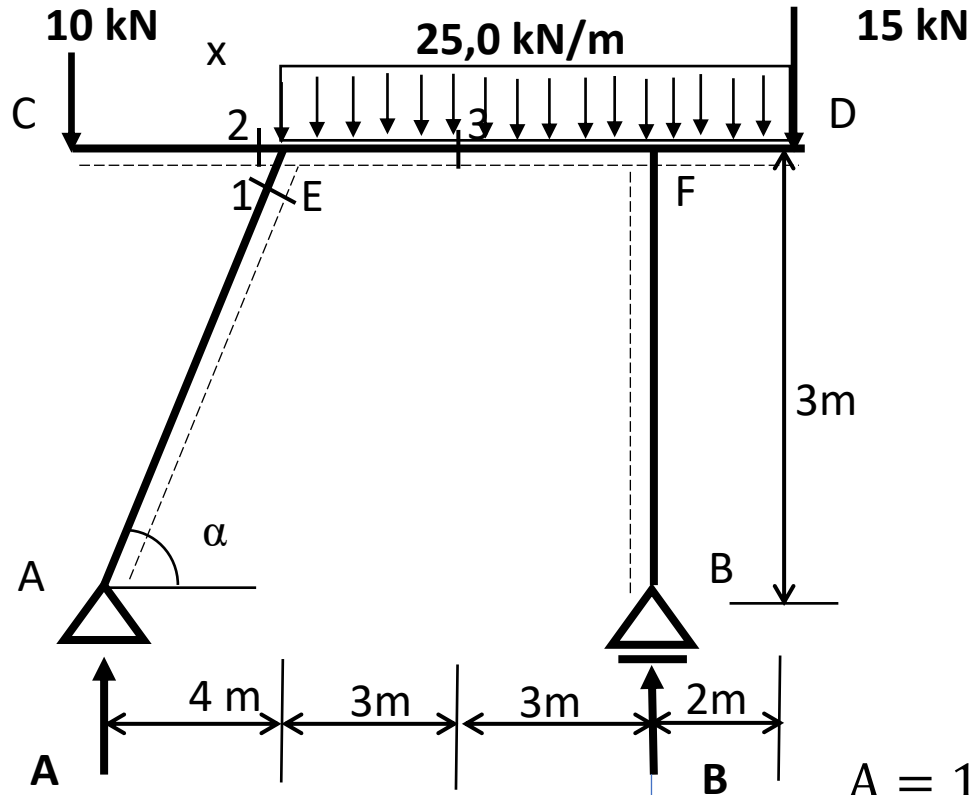
$$\sum M = 0 \rightarrow M_3 = 7\left(1 - \frac{x}{10}\right)$$

$$\sum y = 0 \rightarrow T_3 = 1 - \frac{x}{10}$$

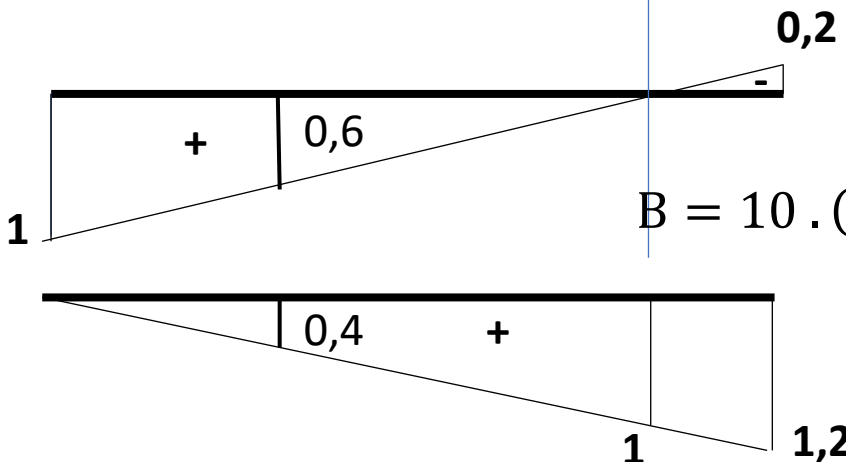
$$x = 7 \rightarrow M_3 = 2.1 \text{ kNm} \quad T_3 = 0.3 \text{ kN}$$

$$x = 12 \rightarrow M_3 = -1.4 \text{ kNm} \quad T_3 = -0.2 \text{ kN}$$





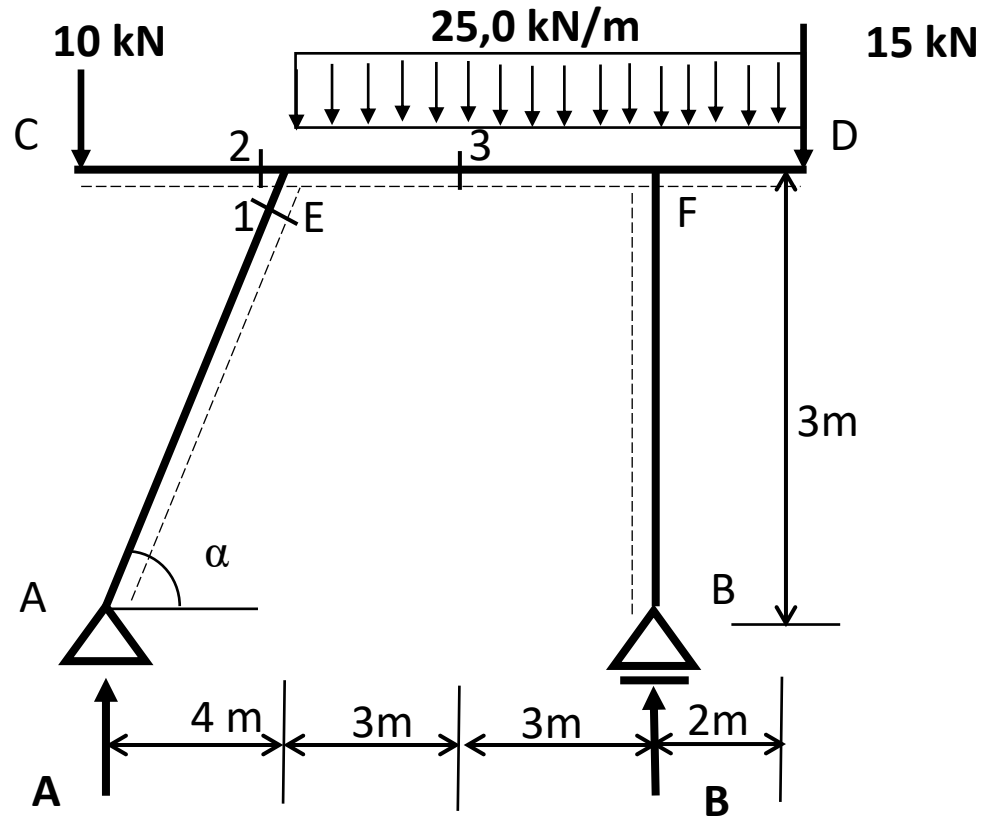
Tesir çizgilerini kullanarak A ve B mesnet tepkilerini hesaplayınız



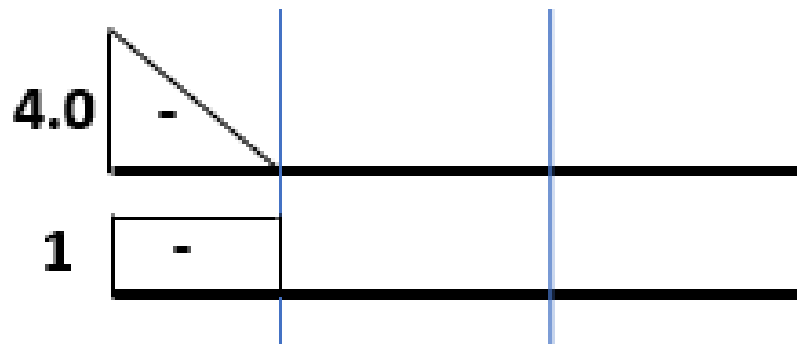
$$A = 10 \cdot (1) + \frac{6 \cdot 0,6}{2} \cdot 25 - 2 \cdot 0,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 - 15 \cdot 0,2 = 47 \text{ kN}$$

$$B = 10 \cdot (0) + \frac{0,4 + 1,0}{2} \cdot 6 \cdot 25 + \frac{1 + 1,2}{2} \cdot 2 \cdot 25 + 15 \cdot 1,2 = 178 \text{ kN}$$

Kontrol  $\sum y = 0 \rightarrow A + B = 225 = 47 + 178 \checkmark$



Tesir çizgilerini kullanarak  $M_2$  ve  $T_2$  değerlerini hesaplayınız



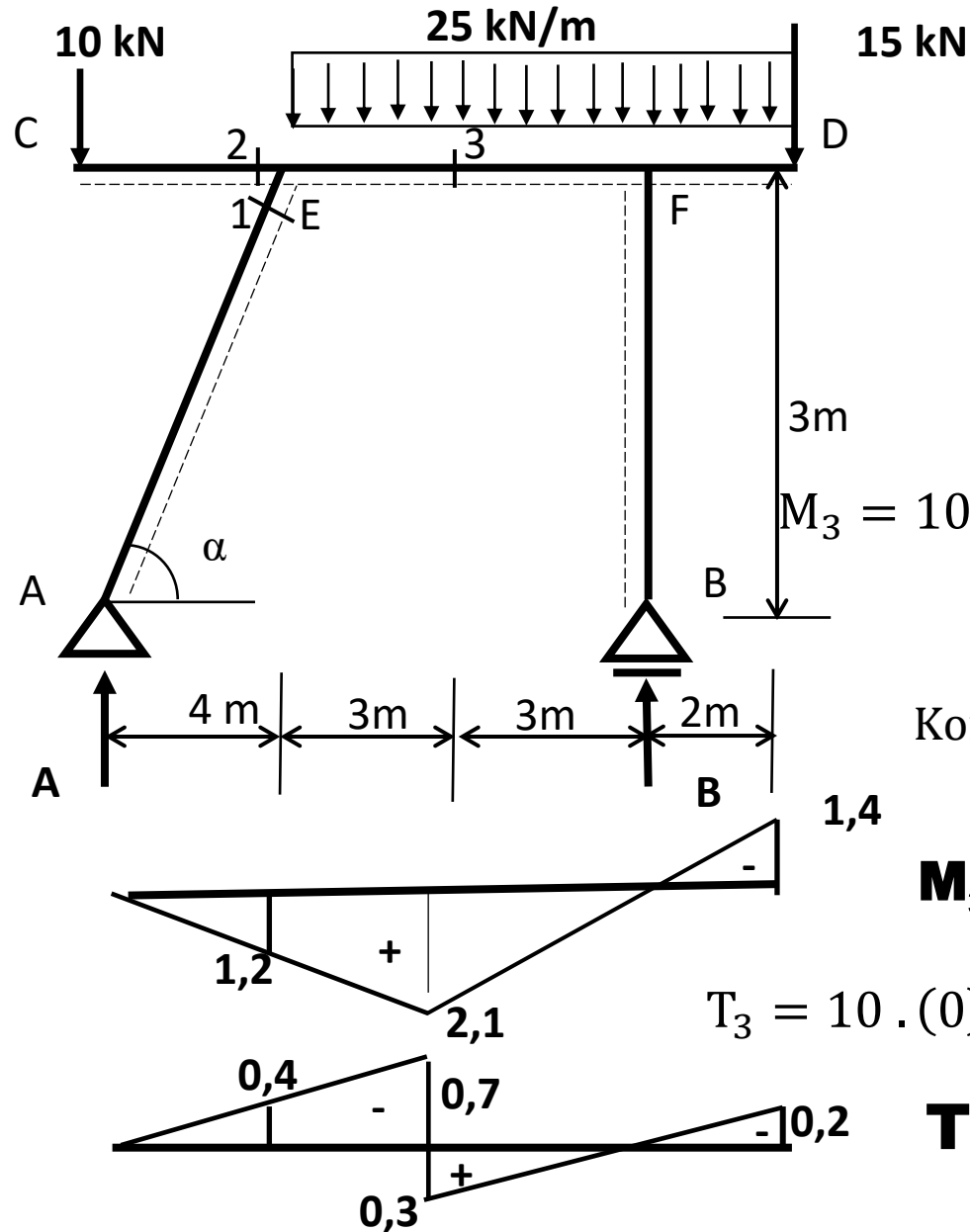
**$M_2$**

$$M_2 = 10 \cdot (-4) = -40 \text{ kNm}$$

**$T_2$**

$$T_2 = 10 \cdot (-1) = -10 \text{ kN}$$





Tesir çizgilerini kullanarak  $M_3$  ve  $T_3$  değerlerini hesaplayınız

$$M_3 = 10 \cdot (0) + \frac{1,2 + 2,1}{2} \cdot 3 \cdot 25 + \frac{3 \cdot 2,1}{2} \cdot 25 - 2 \cdot 1,4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 - 15 \cdot 1,4 = 146,5 \text{ kNm}$$

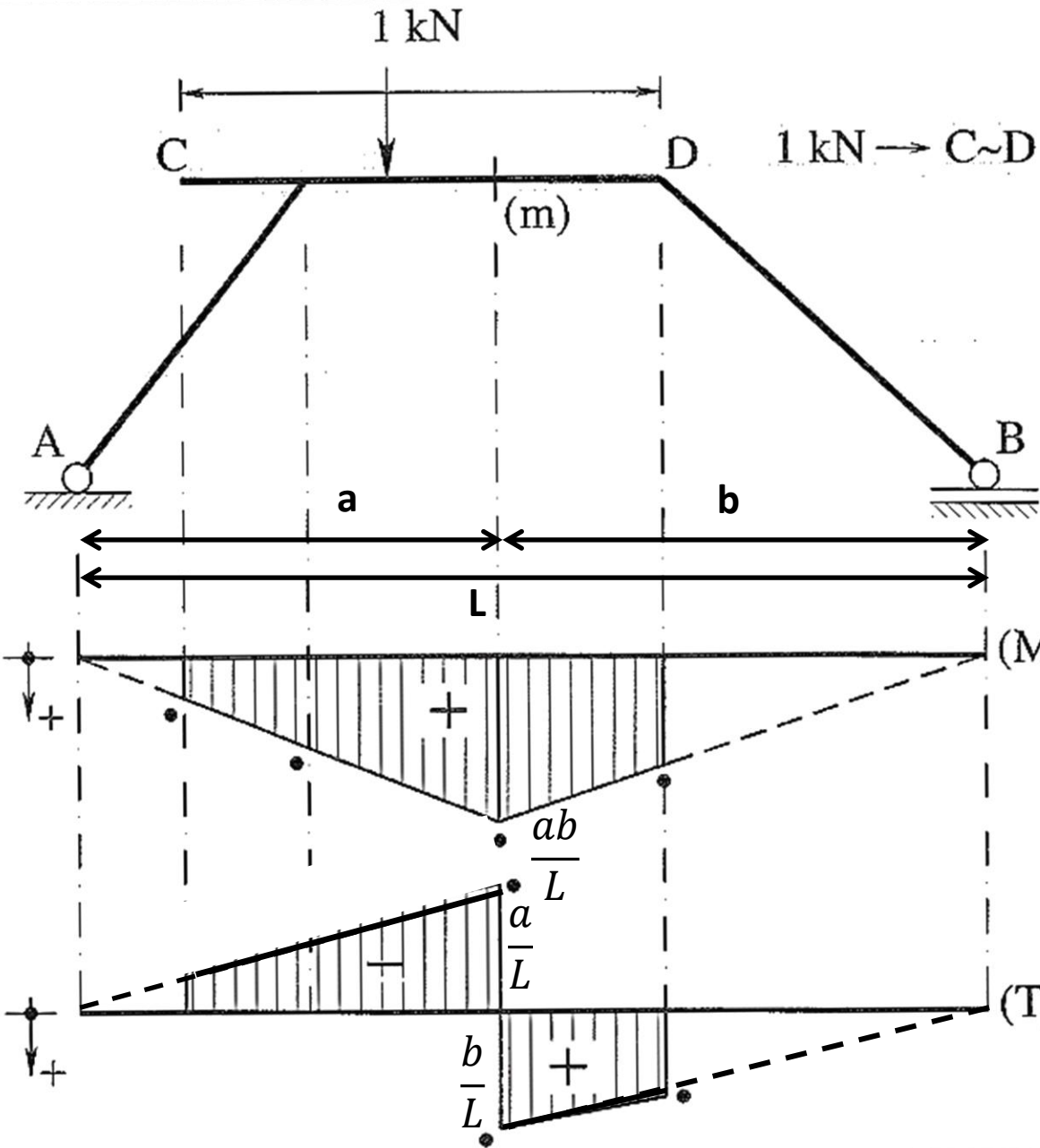
Kontrol  $\sum M = 0 \rightarrow M_3 = A \cdot 7 - 10 \cdot 7 - 25 \cdot 3 \cdot 1,5 = 146,5 \text{ kNm} \checkmark$   
 $A = 47 \text{ kN}$

$$T_3 = 10 \cdot (0) - \frac{0,4 + 0,7}{2} \cdot 3 \cdot 25 + 0,3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 - \frac{2 \cdot 0,2}{2} \cdot 25 - 15 \cdot 0,2 = -38 \text{ kNm}$$

## TESİR ÇİZGİSİ DİYAGRAMLARININ ÇİZİMİ

---

1. Tesir çizgisi diyagramları sistem şeması üzerine değil, 1 kN luk kuvvete dik doğrultudaki eksen üzerine çizilirler.
2. Tesir çizgisi diyagramları 1 kN luk kuvvetin dolaştığı sınırlar arasında çizilirler.
3. Ordinatlarda 1 kN luk kuvvetin etkiye yönünde pozitif alınır.
4. Tesir çizgisi diyagramlarında bölgelerin işaretleri konulmalı ve kritik noktalardaki değerler yazılmalıdır.



1 t luk veya 1 kN luk yük, hangi noktalar arasında ise veya belirtilen hangi bölgede ise o bölgeye ait tesir çizgisi diyagramları hesaplarda göz önüne alınacaktır.

# TESİR ÇİZGİSİ DİYAGRAMLARININ ÇİZİMİ

---

**a) Genel Yol :** 1 kN luk düşey kuvvet sistem üzerinde yeter sayıdaki noktaya etkililerek her konum için sözkonusu büyüklüğün değeri hesaplanır ve 1 kN luk düşey kuvvetin altında ordinat olarak işaretlenir. Bu ordinatlar birleştirilerek tesir çizgisi elde edilir.

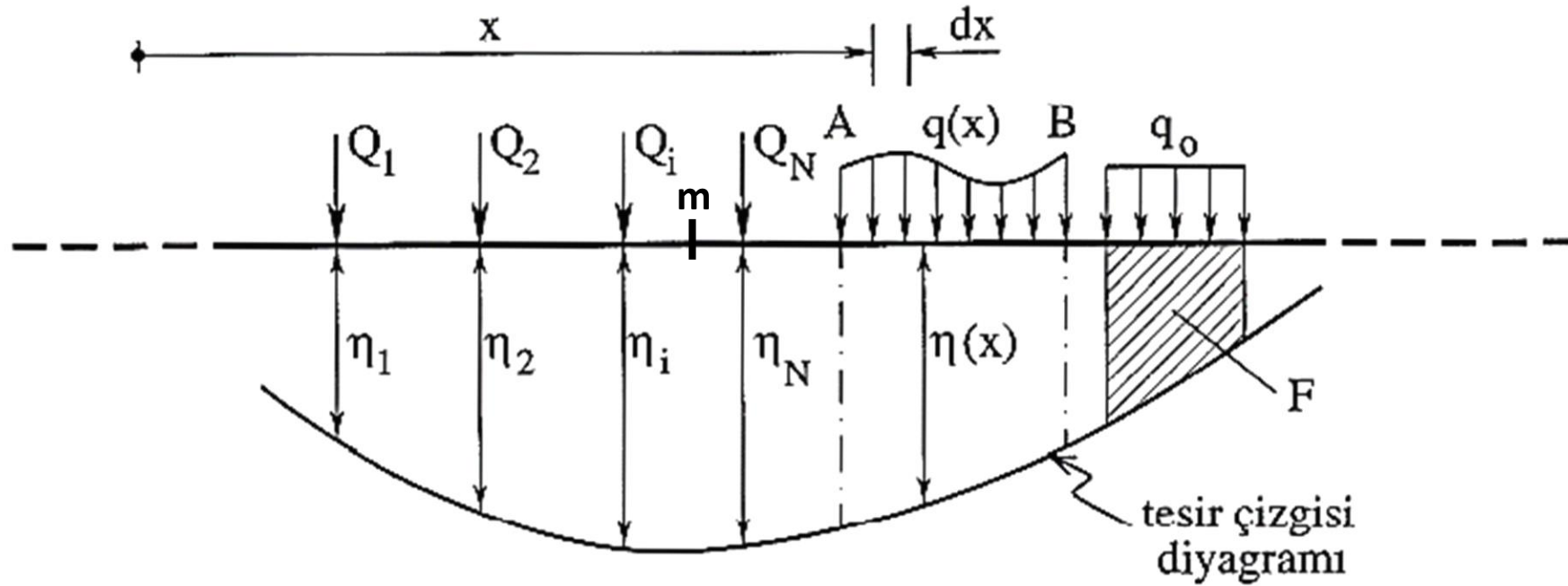
**b) Fonksiyonlardan Yararlanılarak Çizim :** 1 kN luk düşey kuvvet sistemin herhangi bir noktasına etkililir ve seçilen bir başlangıç noktasına olan uzaklığı  $x$  parametresi ile ifade edilir. Tesir çizgisi çizilecek büyüklüğün ordinatları 1 kN luk kuvvetin konumuna (yani  $x$  parametresine) bağlı olarak bir fonksiyon ile ifade edilir. Bu fonksiyonun grafiği aranılan tesir çizgisi diyagramını verir.

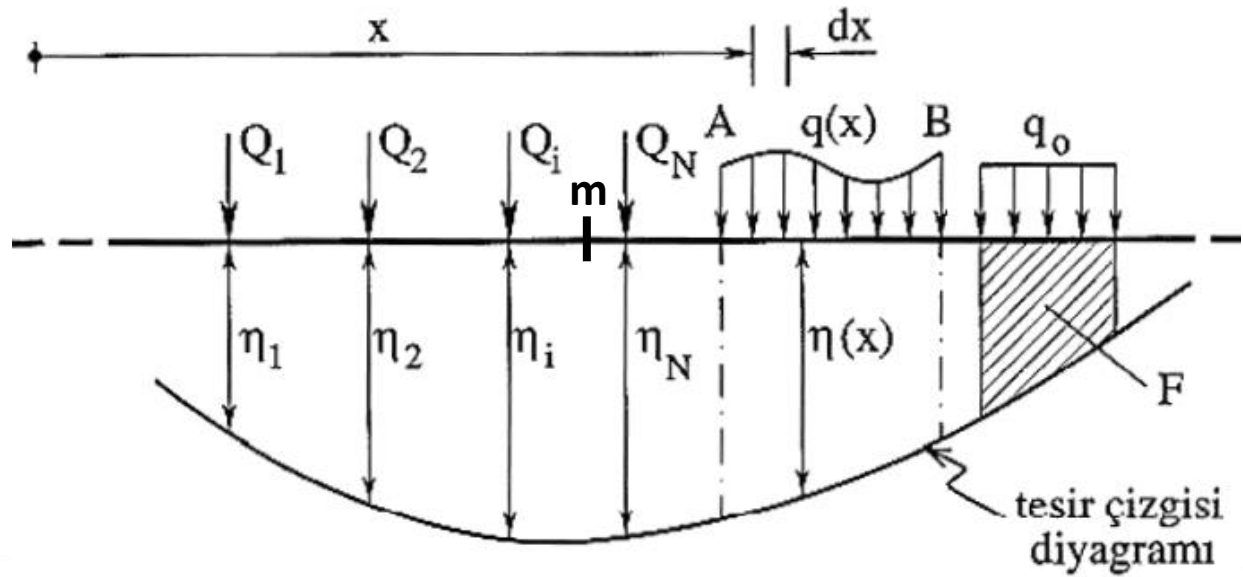
**c) Yardımcı Tesir Çizgilerinden Yararlanılması :** Tesir çizgilerinin elde edilmesinde bazı yardımcı büyüklüklere ait tesir çizgilerinden yararlanılması hesapları kolaylaştırmaktadır. Bu durumda önce yardımcı büyüklüklere ait tesir çizgileri çizilir. Sonra aranan tesir çizgileri bunlara bağlı olarak ifade edilir. Yardımcı tesir çizgileri çoğu kez yapı sisteminde bulunan mesnet tepkileri tesir çizgileri olmaktadır.

# TESİR ÇİZGİLERİNİN KULLANILMASI

## a) Verilen sabit düşey yüklerden oluşan büyüklüklerin hesabı :

Tesir çizgilerinin tanımı gözönünde tutulursa, sisteme etkiyen sabit düşey yüklerden dolayı tesir çizgisi çizilmiş olan büyüklüğün değeri hesaplanabilir. (m kesitine ait büyüklük)





Tekil yüklerden :  $\sum_{i=1}^N Q_i \eta_i$

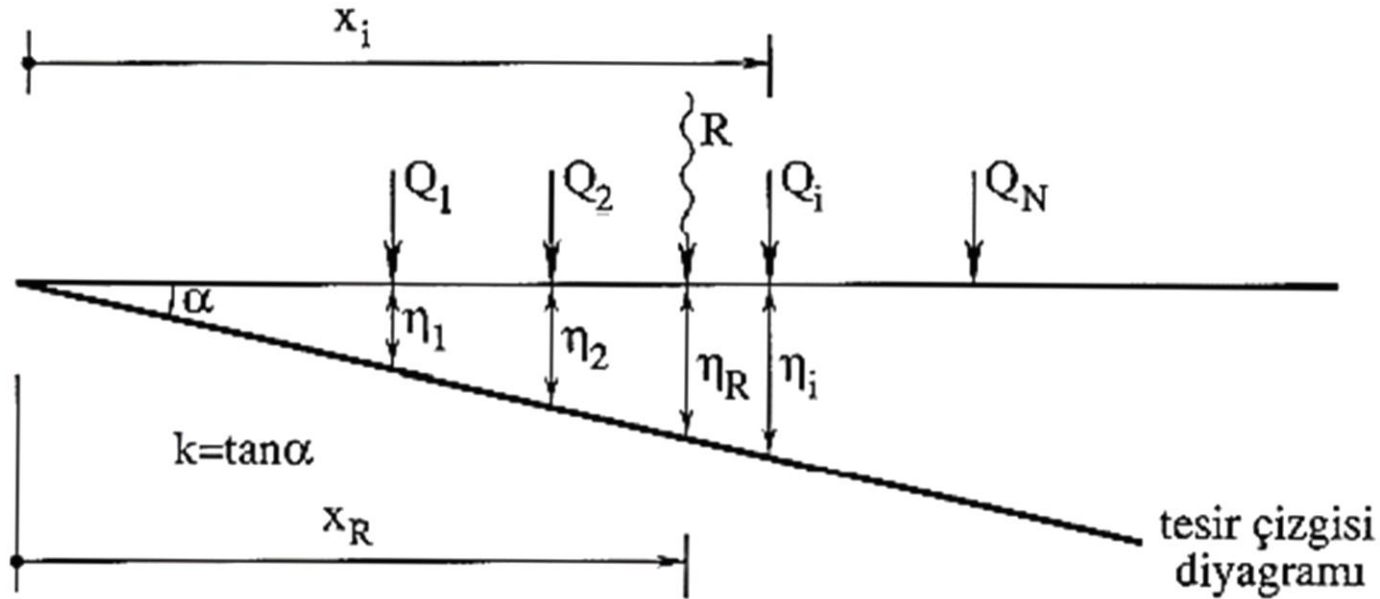
Yayıllı yüklerden :  $\int_{x=x_A}^{x=x_B} q(x) \eta(x) dx$

Düzgün yayıllı yük ( $q(x)=q_0$ ) :  $q_0 \times (\int \eta(x) dx) = q_0 \times F$   
 (F : düzgün yayıllı yük altındaki tesir çizgisinin alanı)

Tüm yüklerin toplamından :  $\sum_{i=1}^N Q_i \eta_i + \int_{x=x_A}^{x=x_B} q(x) \eta(x) dx + q_0 F$

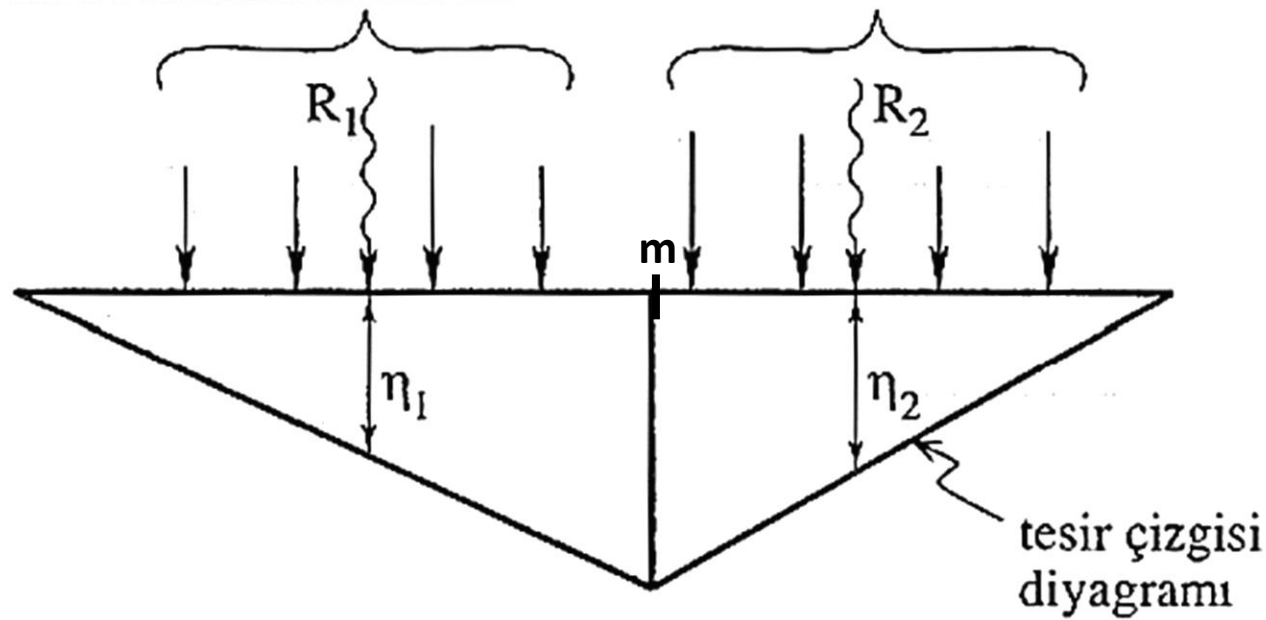
ifadesi elde edilir.

**Yardımcı bilgi :** Doğru parçalarından oluşan tesir çizgilerinde, bu doğru parçalarından biri üzerindeki kuvvetlerle altlarındaki ordinatların çarpım toplamı yerine bu kuvvetlerin bileşkesi ile altındaki ordinatın çarpımı alınabilir. Ancak, bu işlemin yapılabilmesi için tüm kuvvetlerin aynı doğru üzerinde olması gerekir.



Büyüküğün değeri :  $\sum Q_i \eta_i = k \sum Q_i x_i = k x_R R = R \eta_R$





$$\sum Q_i \eta_i = R_1 \eta_1 + R_2 \eta_2$$

**b) Hareketli yüklerden oluşan en elverişsiz (maksimum veya minimum) büyüklüklerin hesabı :**

Sisteme ait herhangi bir büyüklüğün (mesnet tepkisi, kesit zoru) en elverişsiz (maksimum veya minimum) değeri genel olarak bir araştırmayla bulunur. Bunun için hareketli yük sistem üzerinde hareket ettirilerek en elverişsiz büyüklüğü veren yükleme durumu ve büyüklüğün değeri hesaplanır. Aranılan maksimum veya minimum değerlerin hesabında tesir çizgilerinden yararlanılır.

# İZOSTATİK SİSTEMLER

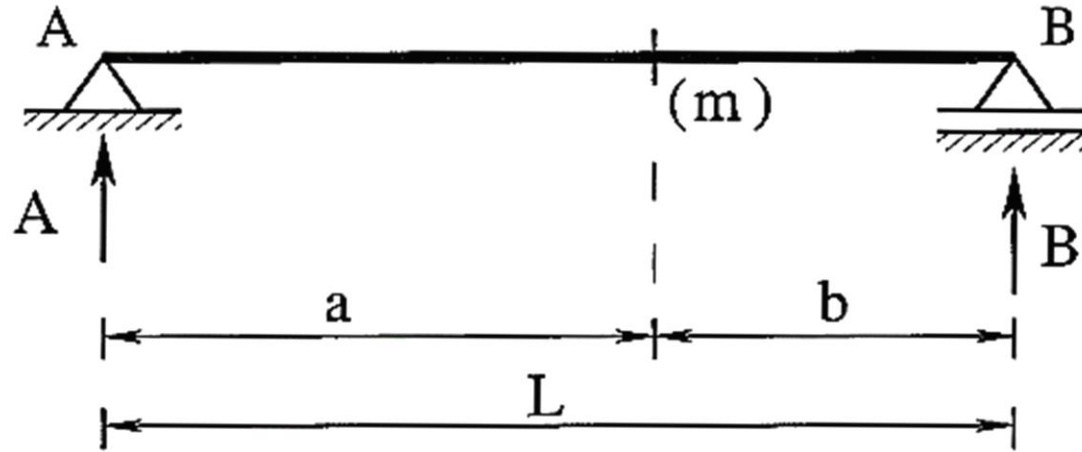
---

İzostatik sistemler; dolu gövdeli, kafes ve karma sistemler olarak üç gruba ayrılabilir.

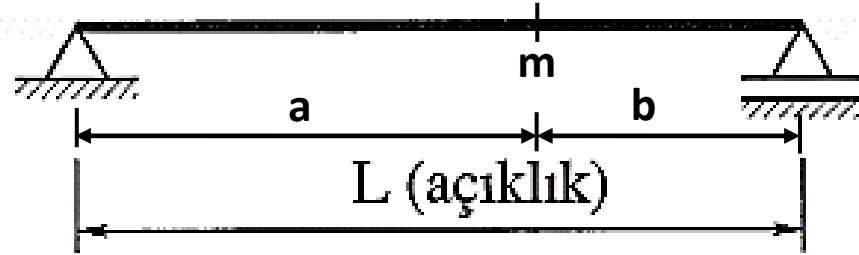
- Dolu gövdeli sistemler, elemanlarında genel olarak  $M$ ,  $N$ ,  $T$  kesit zorlarının olduğu sistemlerdir. Bunlar
  - ❖ Basit kirişler
  - ❖ Konsol kirişler
  - ❖ Çıkmalı kirişler
  - ❖ Gerber kirişleri
  - ❖ Üç mafsallı kemer ve çerçevelerdir.
- Kafes sistemler, elemanlarında sadece normal kuvvetin olduğu sistemlerdir.
- Karma sistemler ise, dolu gövdeli ve kafes sistemlerin birleşiminden oluşan sistemlerdir.

## Basit kirişler

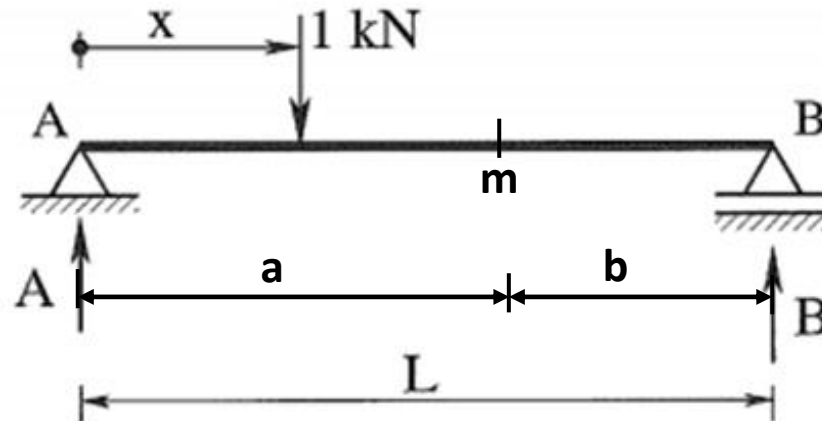
Aşağıda verilen basit kirişte  $A$ ,  $B$ ,  $M_m$ ,  $T_m$  tesir çizgileri çizilecektir.



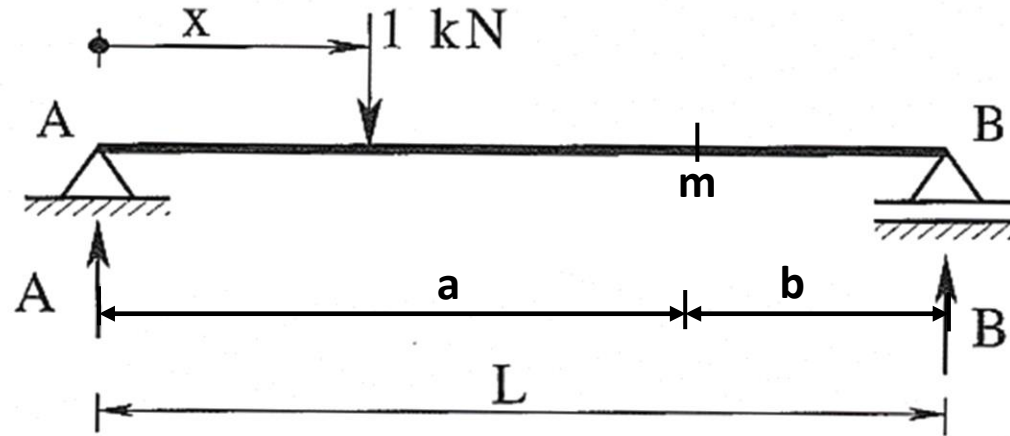
**Basit kirişler**: Mesnetlerinden biri sabit, diğeri kayıcı olan sistemlerdir.



**Hareketli yüklere göre hesap – tesir çizgilerinin çizimi :**



➤ 1 kN A-B arasında iken,

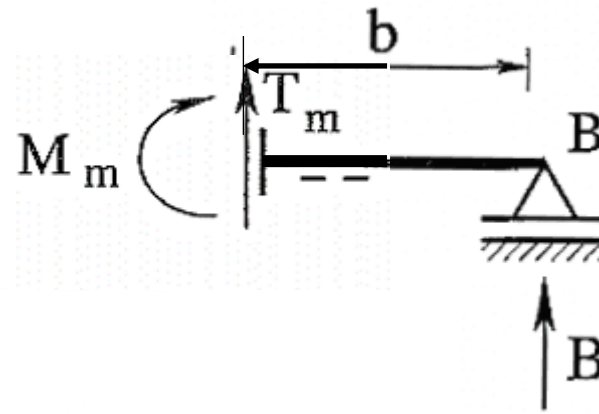


$$(\cup+) \Sigma M_B = 0 \quad A \cdot L - 1(L - x) = 0 \quad \Rightarrow A = \frac{L - x}{L} = 1 - \frac{x}{L} \quad (0 \leq x \leq L)$$

$$(\cup+) \Sigma M_A = 0 \quad 1 \cdot x - B \cdot L = 0 \quad \Rightarrow B = \frac{x}{L} \quad (0 \leq x \leq L)$$

$$0 \leq x \leq a$$

1 kN (A-m) arasında iken sağ tarafın dengesi alınırsa;



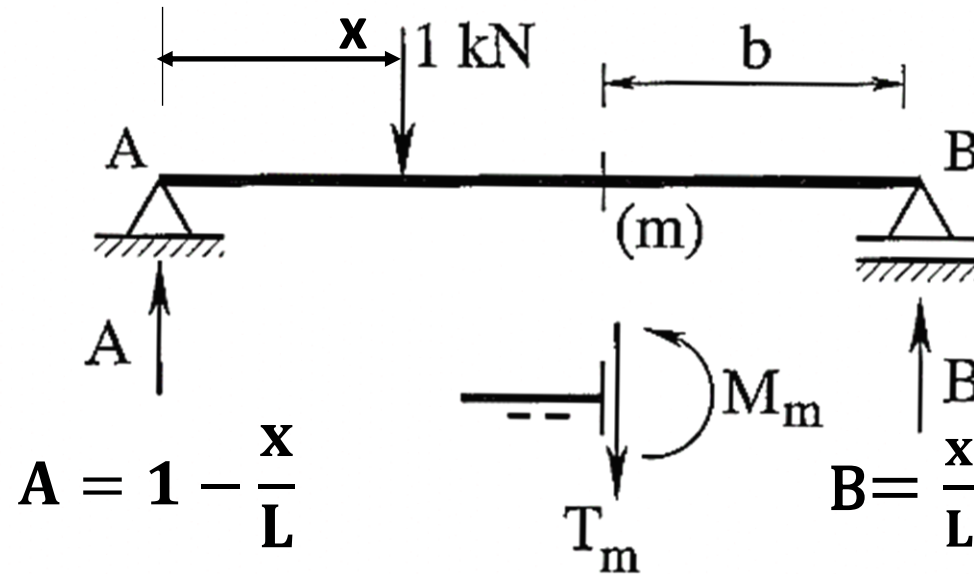
$$B = \frac{x}{L} \quad T_m = -B \quad M_m = B \cdot b$$

$$T_m = -\frac{x}{L} \quad M_m = \frac{x}{L} \cdot b$$

$$x = 0 \rightarrow M_m = 0 \quad T_m = 0$$

$$x = a \rightarrow M_m = \frac{a \cdot b}{L} \quad T_m = -\frac{a}{L}$$

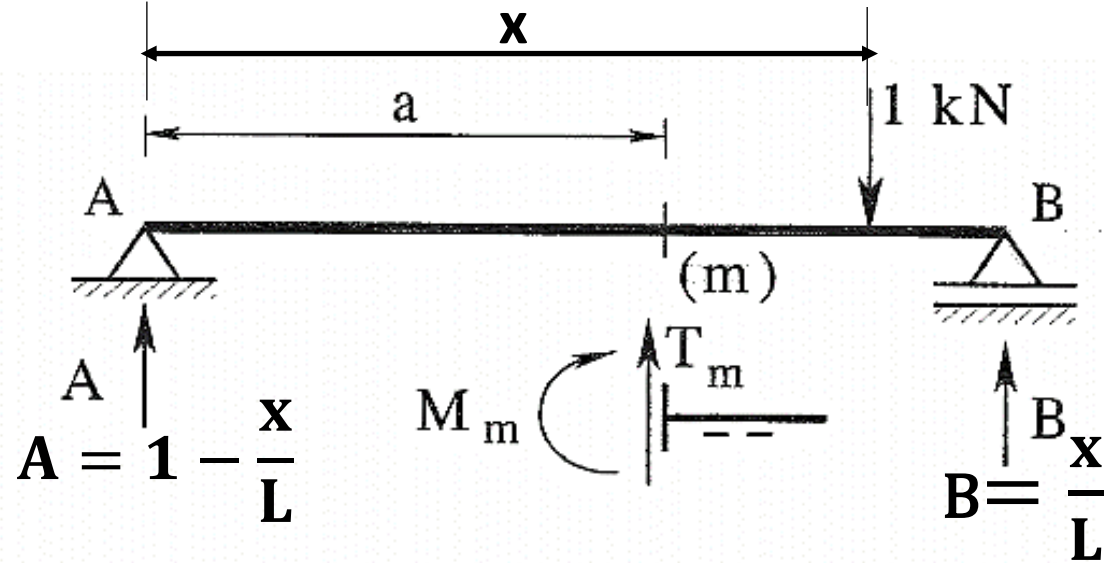
➤ 1 kN A-m arasında iken,



$$A = 1 - \frac{x}{L}$$

$$B = \frac{x}{L}$$

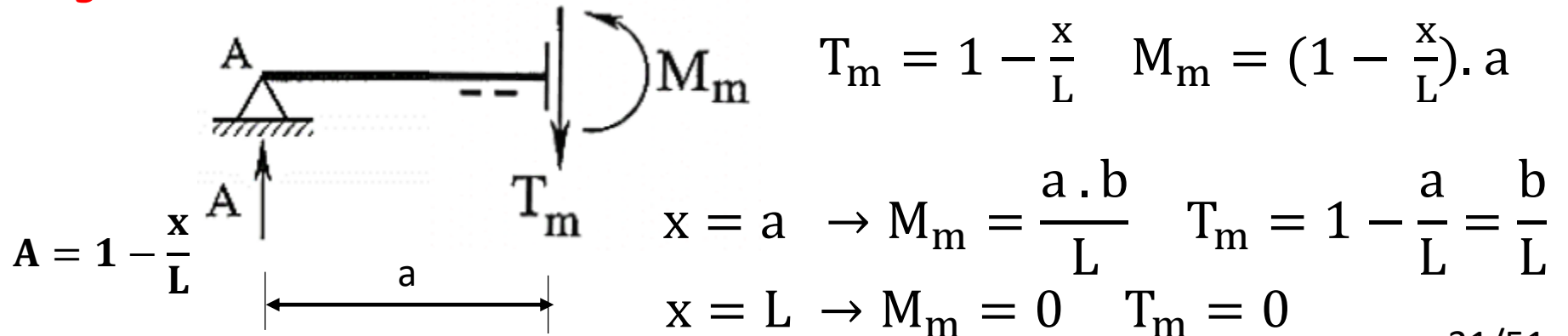
➤ 1 kN m-B arasında iken,

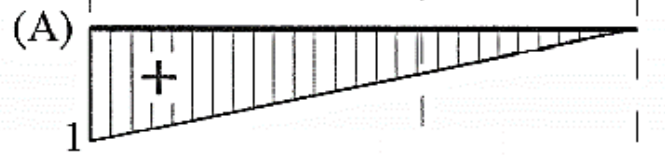
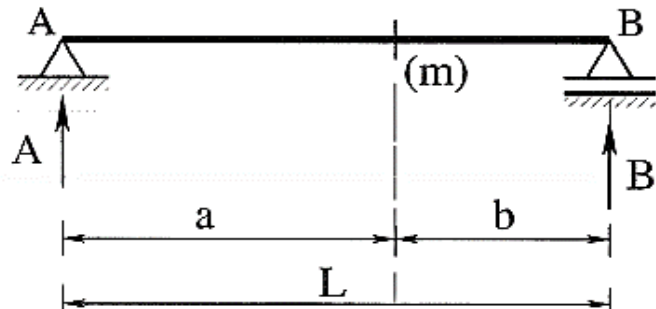


$$a \leq x \leq L$$

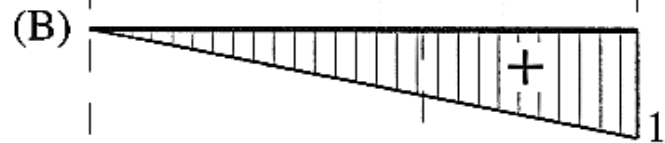
1 kN (m-B) arasında iken sol tarafın dengesi alınırsa;

$$T_m = A \quad M_m = A \cdot a$$

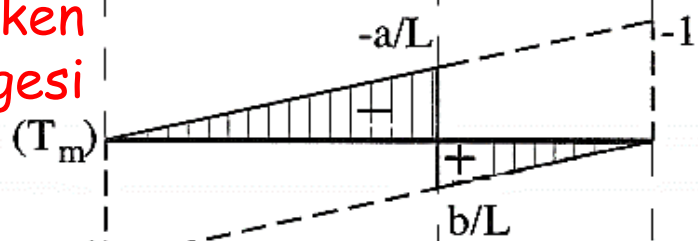




$$A = 1 - \frac{x}{L}$$

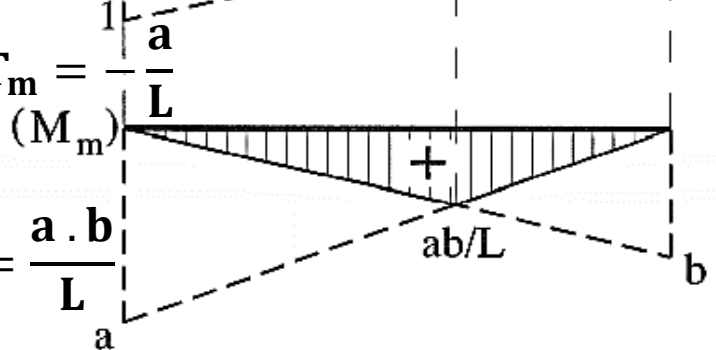


$$B = \frac{x}{L}$$



1 kN (m-B) arasında iken sol tarafın dengesi alınırsa;

$$T_m = A = 1 - \frac{x}{L} \rightarrow x = b \rightarrow T_m = \frac{b}{L}$$



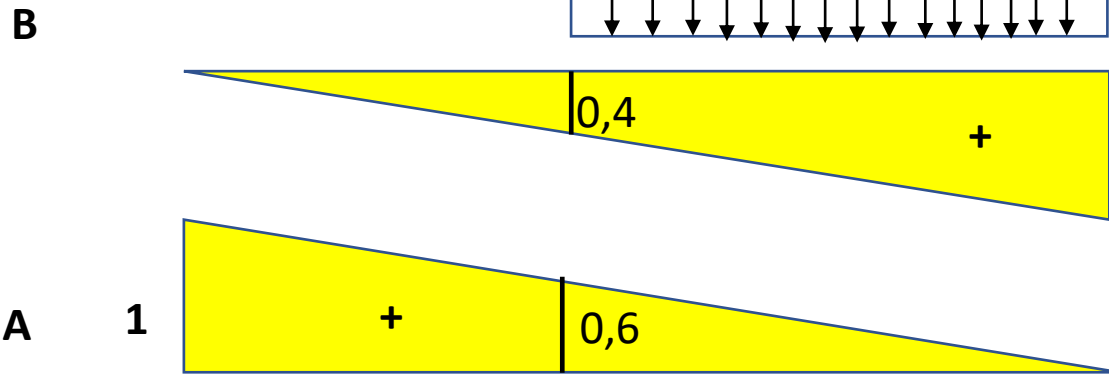
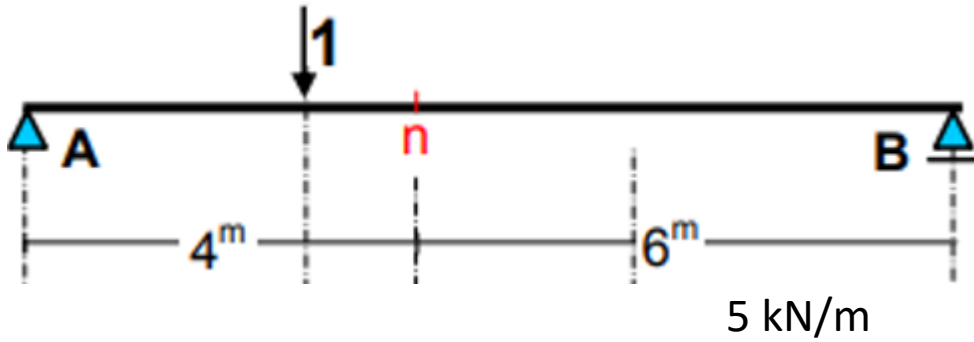
$$M_{mL} = A \cdot a = a \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) \rightarrow x = b \rightarrow M_m = \frac{a \cdot b}{L}$$

1 kN (A-m) arasında iken sağ tarafın dengesi alınırsa;

$$T_m = -B = -\frac{x}{L} \rightarrow x = a \rightarrow T_m = -\frac{a}{L}$$

$$M_m = \frac{x}{L} \cdot b \rightarrow x = a \rightarrow M_m = \frac{a \cdot b}{L}$$

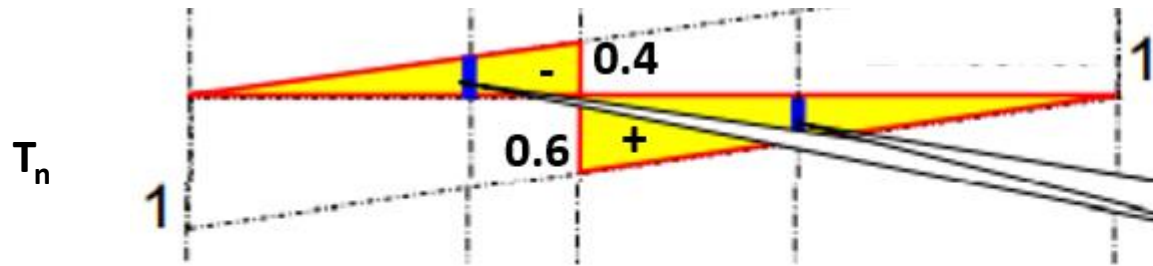




$$B = \frac{0,4 + 1,0}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 21 \text{ kN}$$

1 Mesnet tepkilerinin hesabı

$$A = \frac{0,6 \cdot 6}{2} \cdot 5 = 9,0 \text{ kN}$$

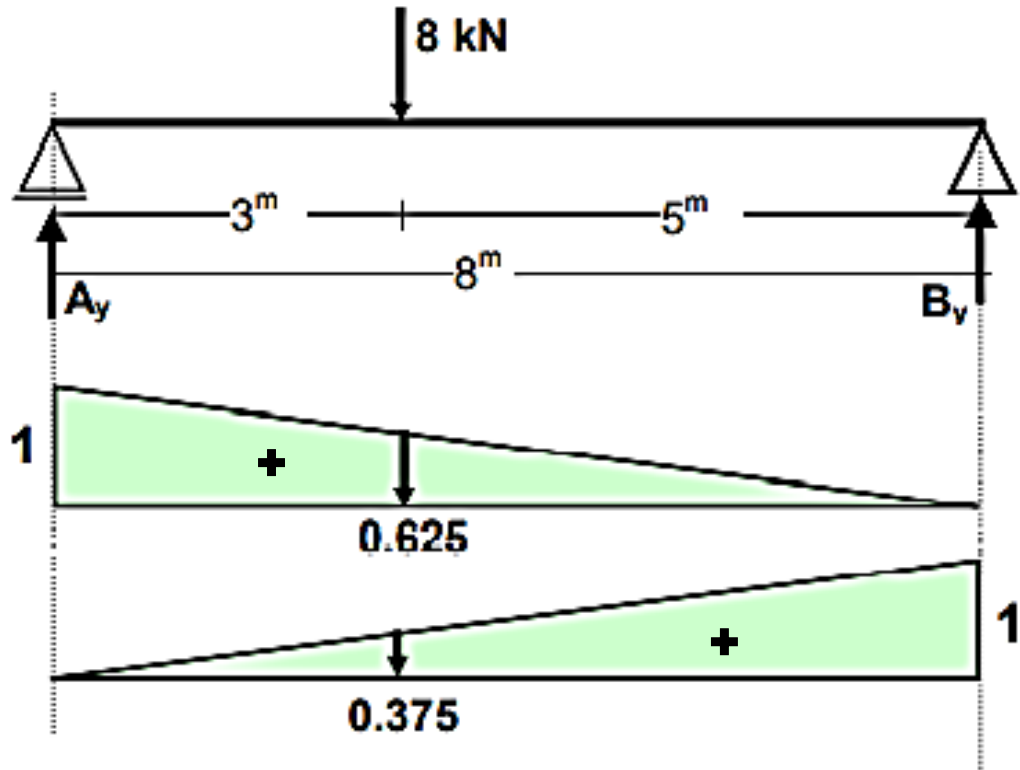


1 Birim kuvvetin solda olması durumu

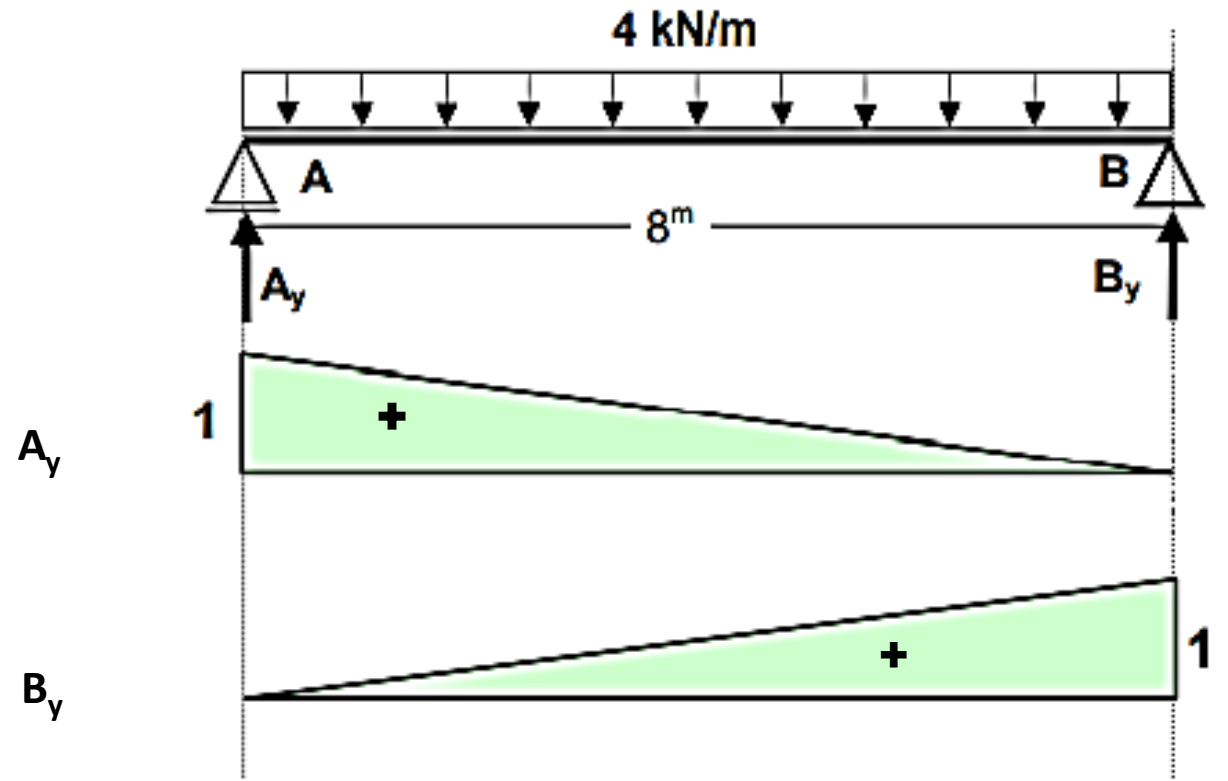
n noktası kesme kuvveti tesir çizgisi

$$T_n = \frac{0,6 \cdot 6}{2} \cdot 5 = 9,0 \text{ kN}$$

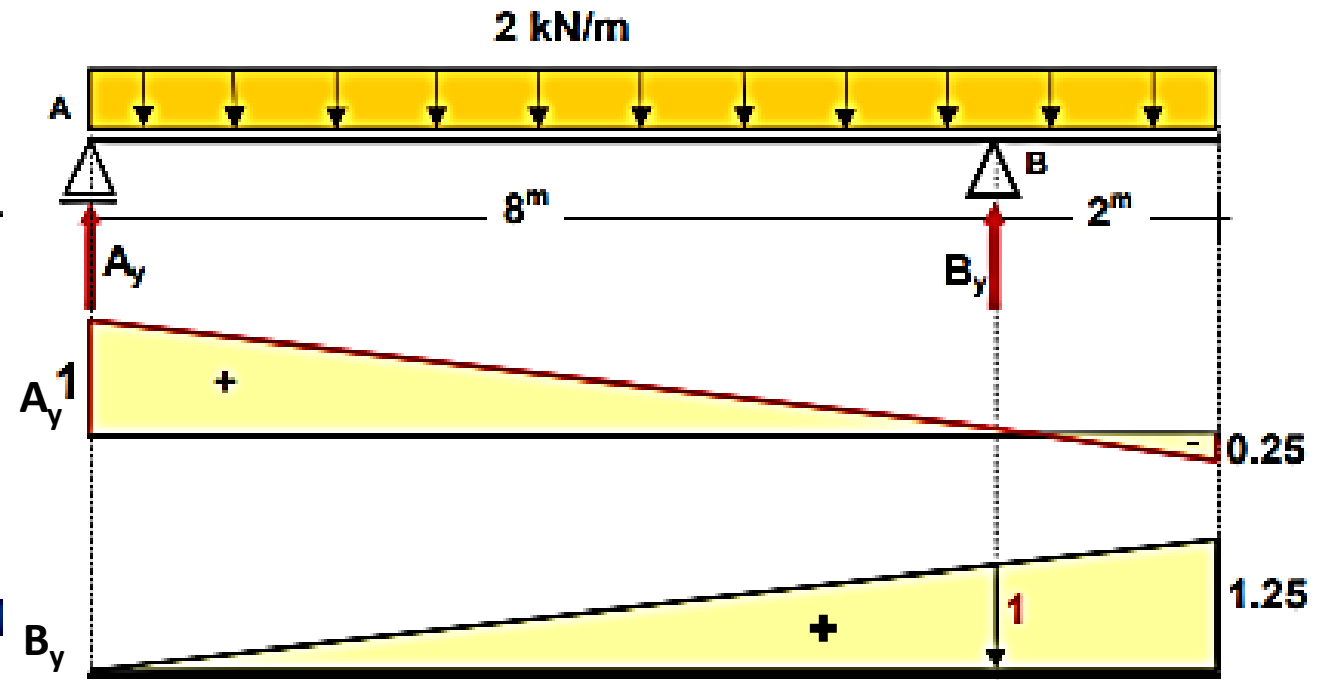
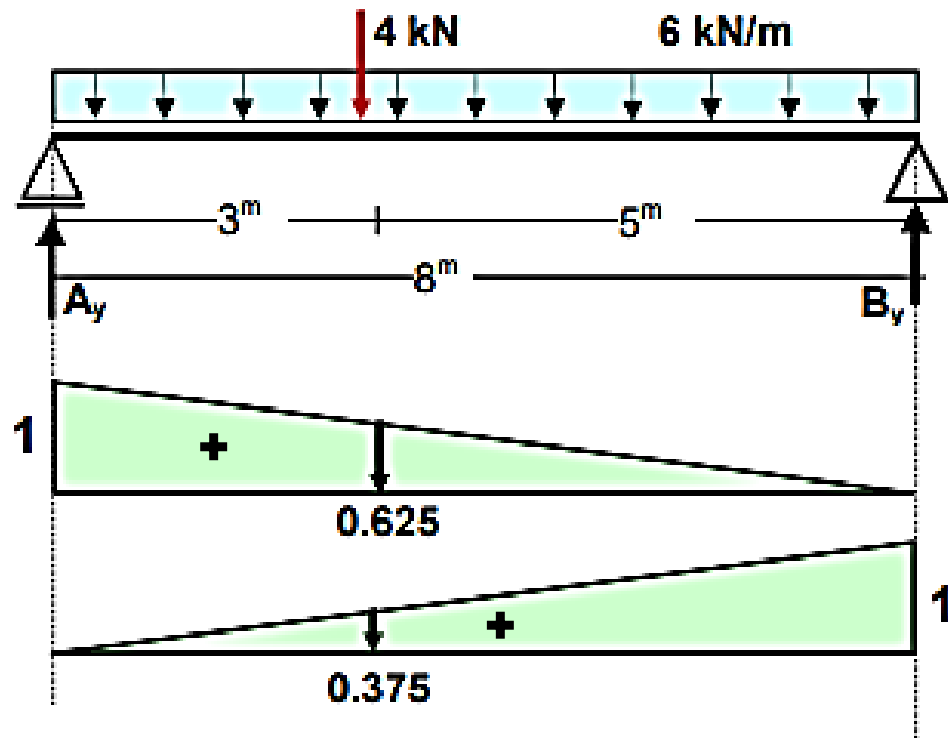
**Uygulama** Verilen kirişlerin mesnet tepkilerinin **tesir çizgisi** yöntemi ile bulunması.



$$A_y = 0.625 \times 8 = 5 \text{ kN} \quad B_y = 0.375 \times 8 = 3 \text{ kN}$$



$$A_y = [1 \times 8 \times 4] / 2 = 16 \text{ kN} \quad B_y = [1 \times 8 \times 4] / 2 = 16 \text{ kN}$$



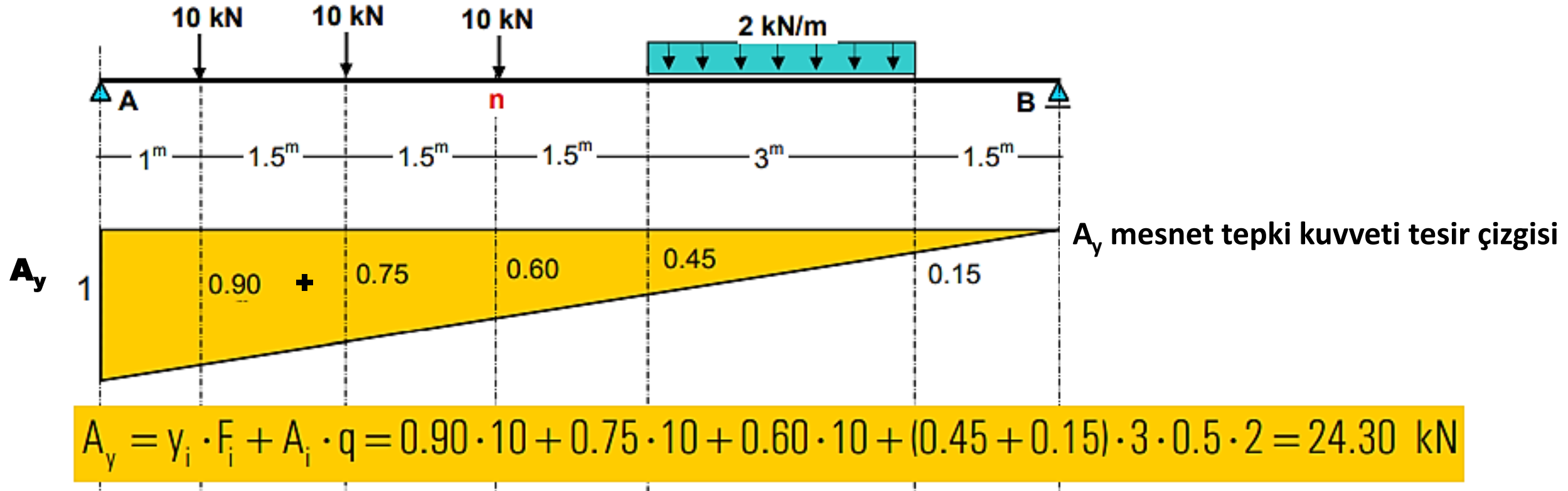
$$A_y = [1 \times 8 \times 2 / 2] - [0.25 \times 2 \times 2 / 2] = 7.5 \text{ kN}$$

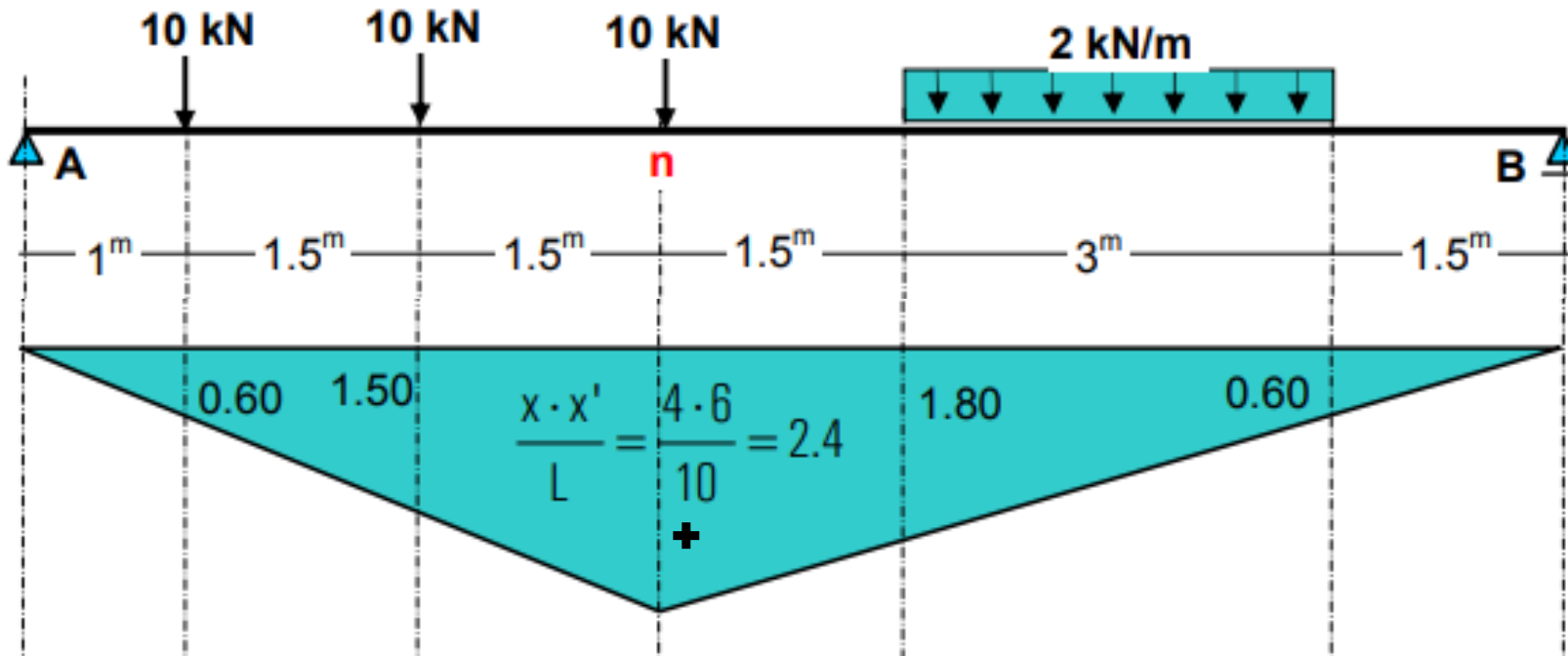
$$B_y = [1 \times 10 \times 2 / 2] = 12.5 \text{ kN}$$

$$A_y = [1 \times 8 \times 6 / 2] + [0.625 \times 4] = 26.5 \text{ kN} \quad B_y = [1 \times 8 \times 6 / 2] + [0.375 \times 4] = 25.5 \text{ kN}$$

**Uygulama:** Verilen kirişte tesir çizgisi yöntemi ile

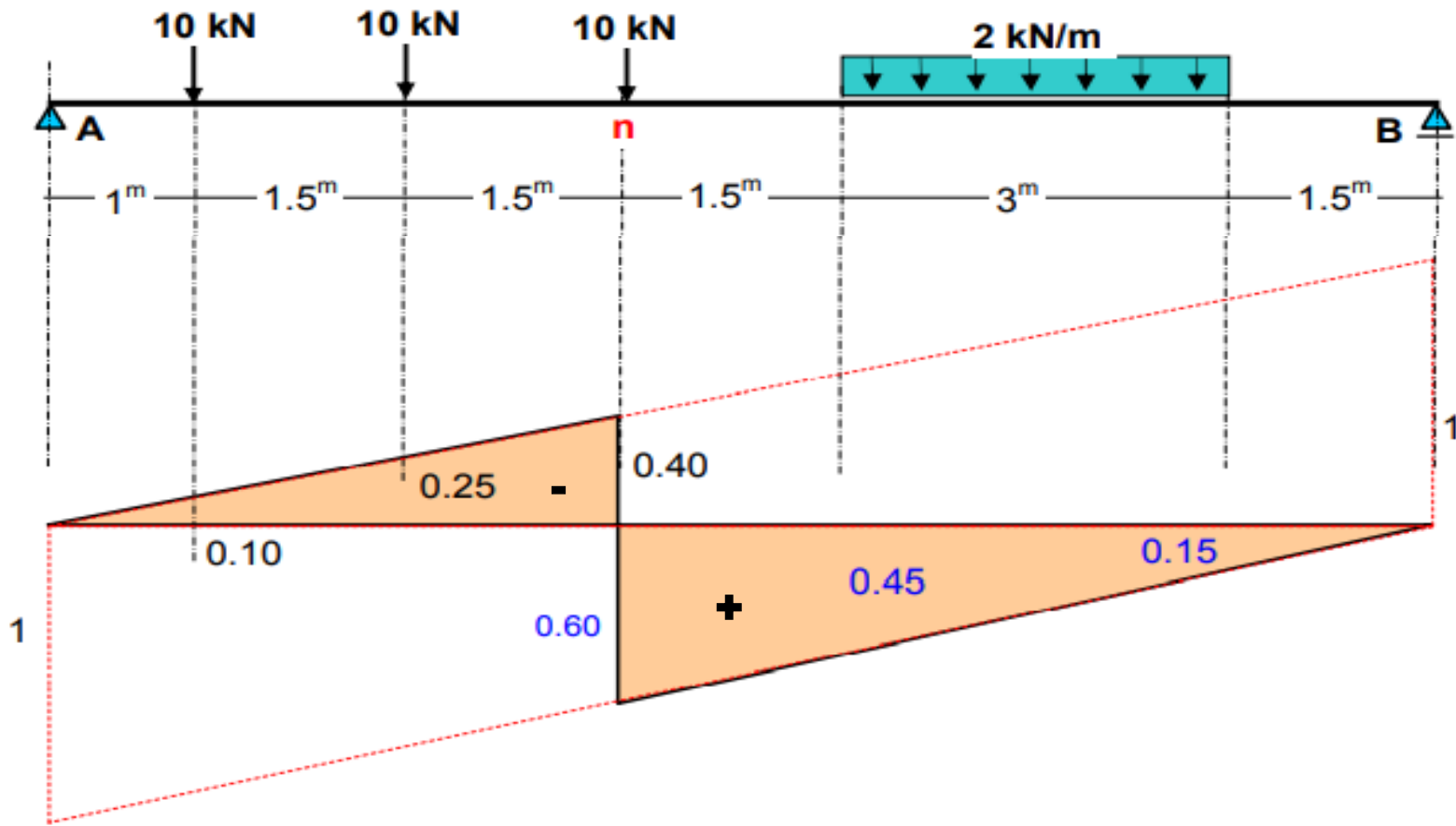
- $A_y$  mesnet tepki kuvvetini
- $T_n$  kesme kuvvetini
- $M_n$  moment değerini hesaplayınız.





$M_n$  moment tesir çizgisi

$$M_n = y_i \cdot F_i + A_i \cdot q = 10 \cdot (0.60 + 1.50 + 2.4) + (1.80 + 0.60) \cdot 3 \cdot 0.5 \cdot 2 = 52.20 \text{ kNm}$$



$T_n$  kesme kuvveti tesir çizgisi

n 10 kN'nun solunda

$$V_n = y_i \cdot F_i + A_i \cdot q = -10 \cdot (0.10 + 0.25 + 0.40) + (0.45 + 0.15) \cdot 3 \cdot 0.5 \cdot 2 = -5.70 \text{ kN}$$

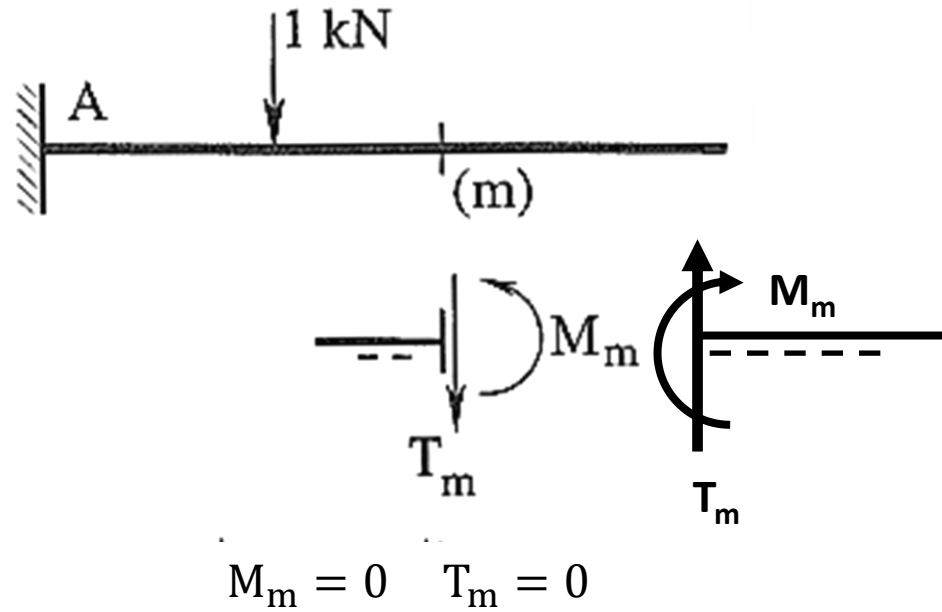
n 10 kN'nun sağında

$$V_n = y_i \cdot F_i + A_i \cdot q = -10 \cdot (0.10 + 0.25) + 10 \cdot 0.6 + (0.45 + 0.15) \cdot 3 \cdot 0.5 \cdot 2 = 4.30 \text{ kN}$$

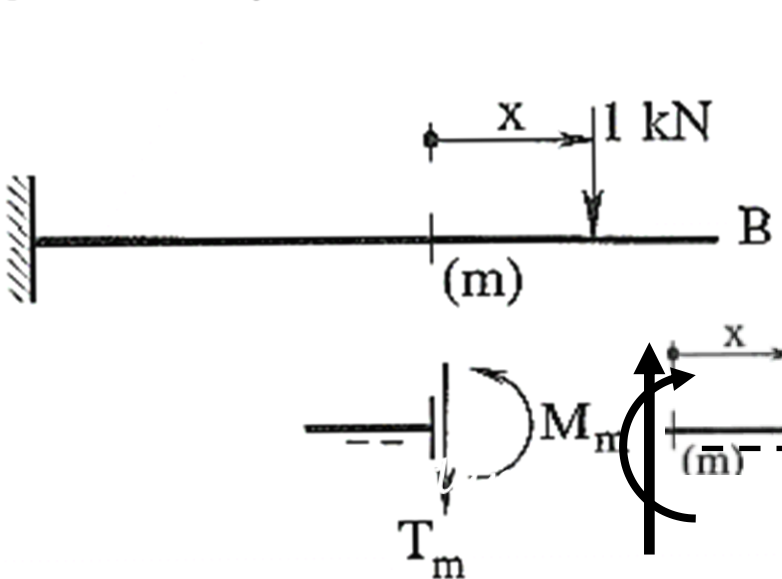
## KONSOL KİRİŞLER

➤ 1 kN A-m arasında iken,

1 kN (A-m) arasında iken sağ tarafın dengesi alınır;



➤ 1 kN m-B arasında iken ( $0 \leq x \leq b$ ),



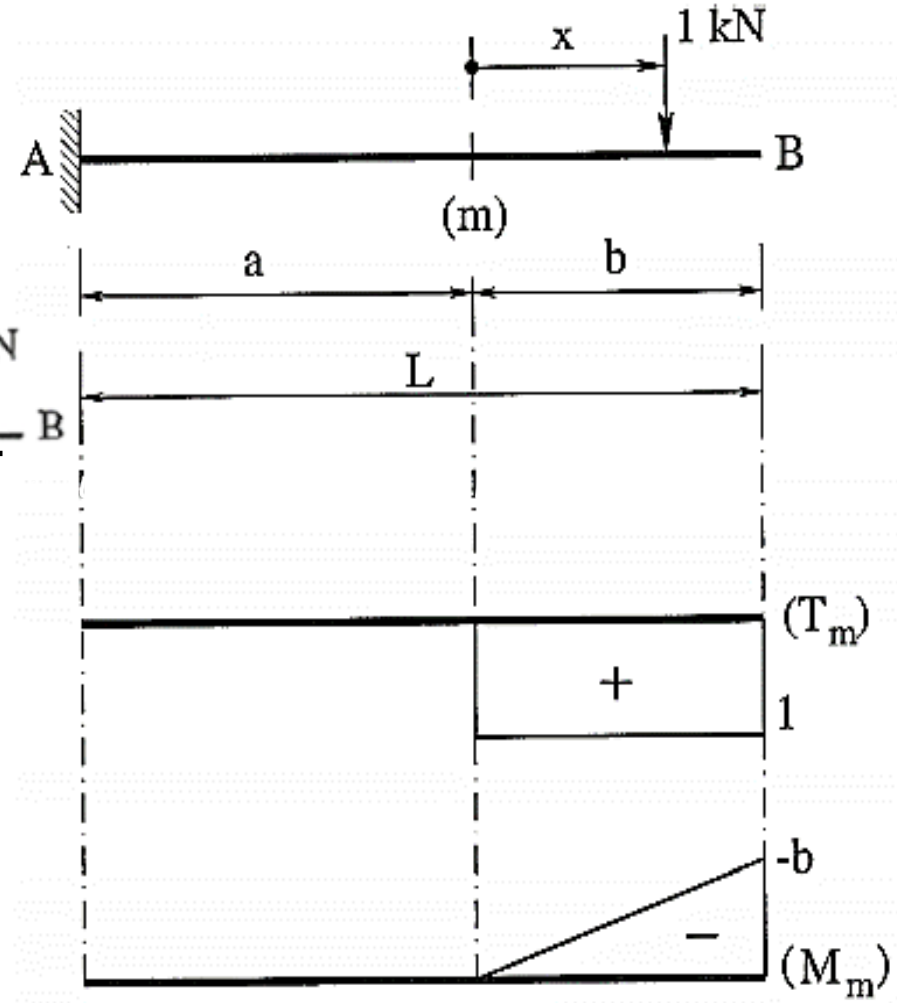
1 kN (m-B) arasında iken sağ tarafın dengesi alınırsa;

$$M_m = -1 \cdot x = -x$$

$$T_m = 1$$

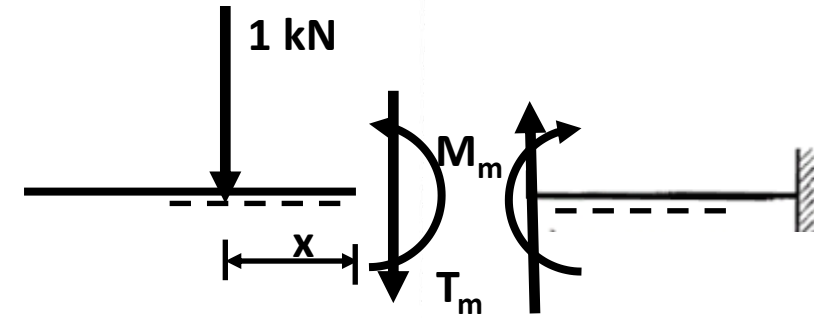
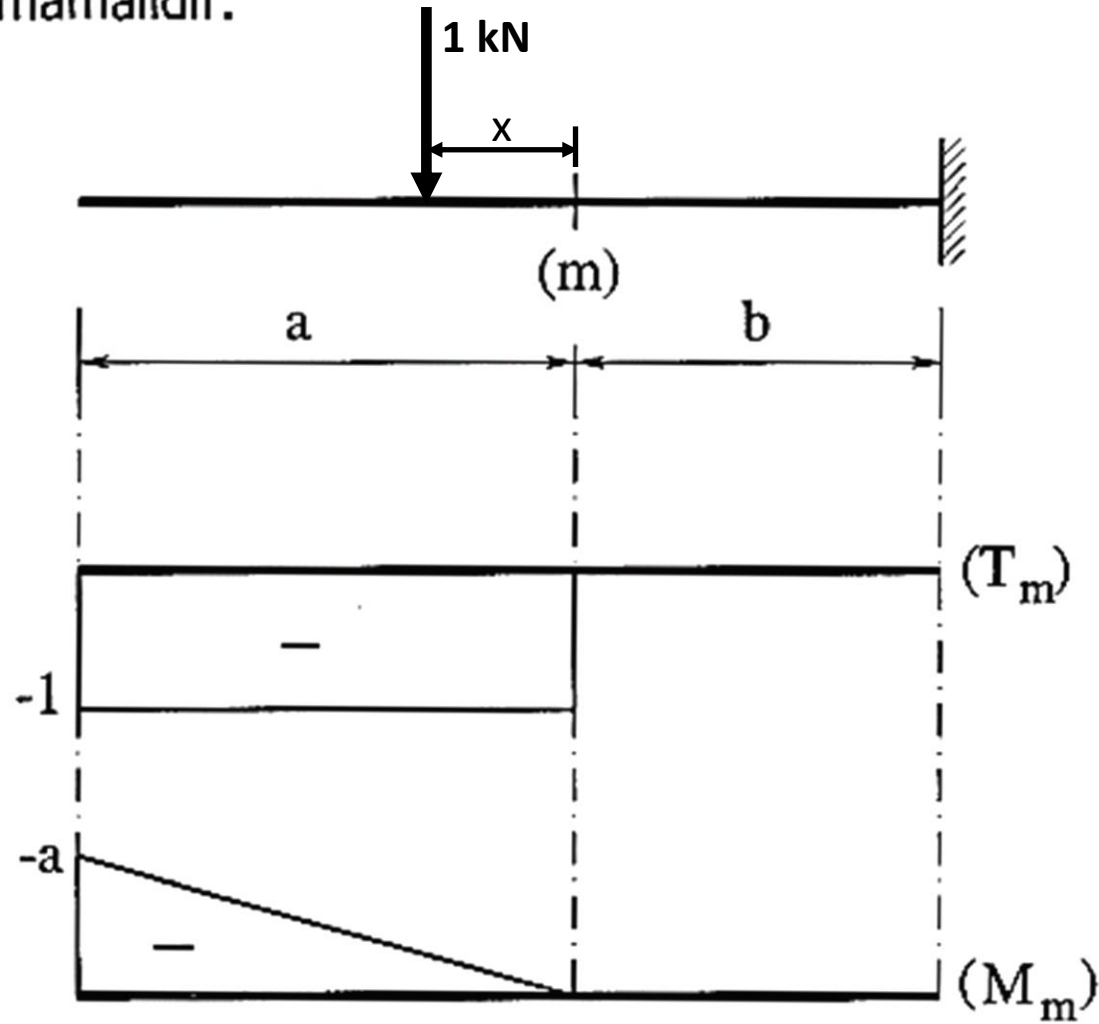
$$x = 0 \rightarrow M_m = 0 \quad T_m = 1$$

$$x = b \rightarrow M_m = -b \quad T_m = 1$$





Sağ ucu ankastre mesnet olan konsol kirişlerde ise,  $T_m$  tesir çizgisinin ordinatının (-1) olduğu unutulmamalıdır.



$$T_m + 1 = 0 \rightarrow T_m = -1$$

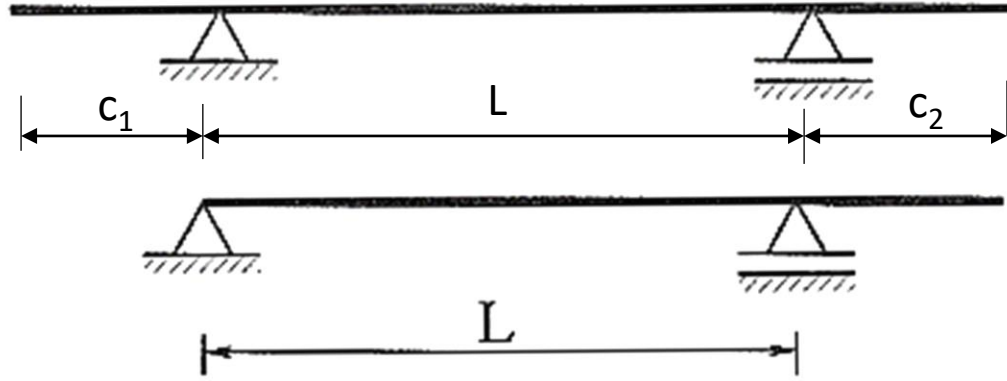
$$M_m + 1 \cdot x = 0 \rightarrow M_m = -x$$

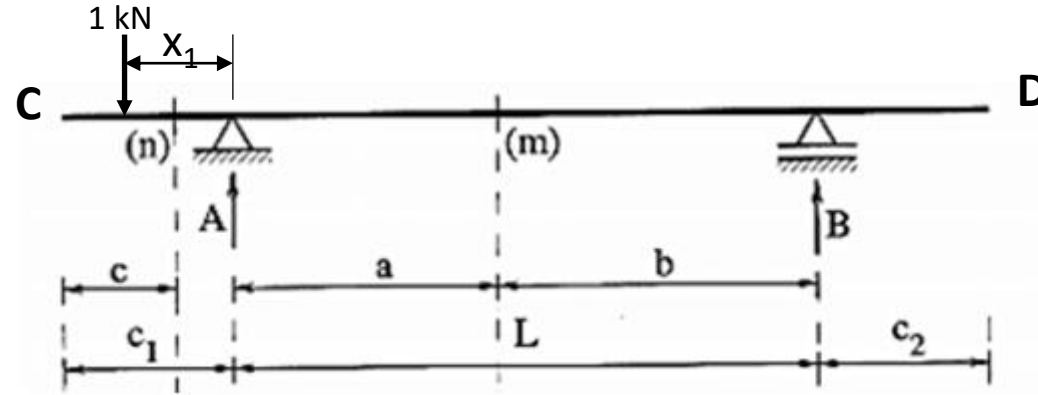
$$x = 0 \rightarrow M_m = 0$$

$$x = a \rightarrow M_m = -a$$

## Çıkmalı kirişler

Bir veya iki mesnetinin üzerinde çıkma (konsol) bulunan basit kirişlerdir.





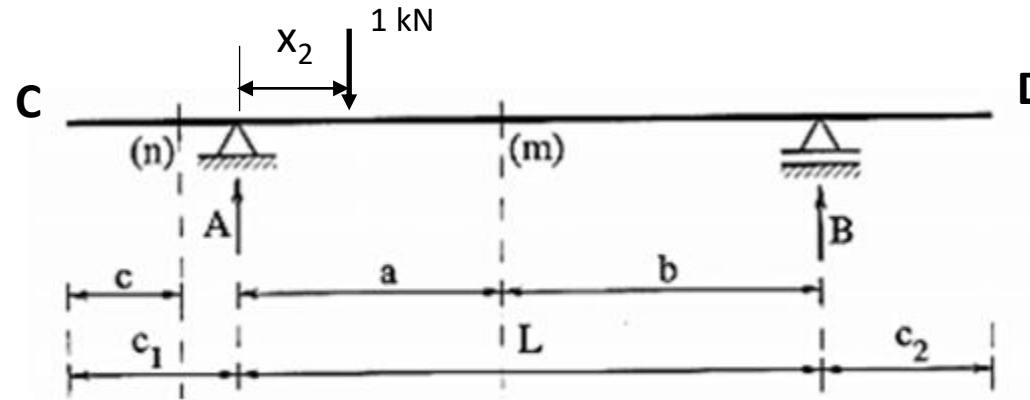
1. 1 kN luk kuvvet C – A arasında iken

$$\sum M_A = 0 \quad -1 \cdot x_1 = B \cdot l \quad B = -\frac{x_1}{L}$$

$$\sum M_B = 0 \quad \sum y = 0 \quad A = 1 + \frac{x_1}{L} \quad T_m = \frac{x_1}{L} \quad M_m = -\frac{b \cdot x_1}{L}$$

$$x_1 = 0 \quad B = 0 \quad A = 1 \quad T_m = 0 \quad M_m = 0$$

$$x_1 = c_1 \quad B = -\frac{c_1}{L} \quad A = 1 + \frac{c_1}{L} \quad T_m = \frac{c_1}{L} \quad M_m = -\frac{bc_1}{L}$$



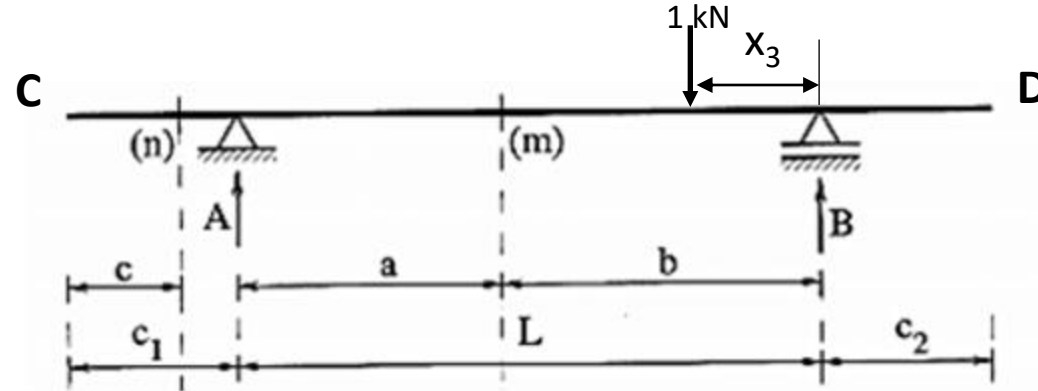
1. 1 kN luk kuvvet A – m arasında iken

$$\sum M_A = 0 \quad 1 \cdot x_2 = B \cdot L \quad B = \frac{x_2}{L}$$

$$\sum M_B = 0 \quad \sum y = 0 \quad A = 1 - \frac{x_2}{L} \quad T_m = -\frac{x_2}{L} \quad M_m = \frac{b \cdot x_2}{L}$$

$$x_2 = 0 \quad B = 0 \quad A = 1 \quad T_m = 0 \quad M_m = 0$$

$$x_2 = a \quad B = \frac{a}{L} \quad A = 1 - \frac{a}{L} \quad T_m = \frac{a}{L} \quad M_m = \frac{ab}{L}$$



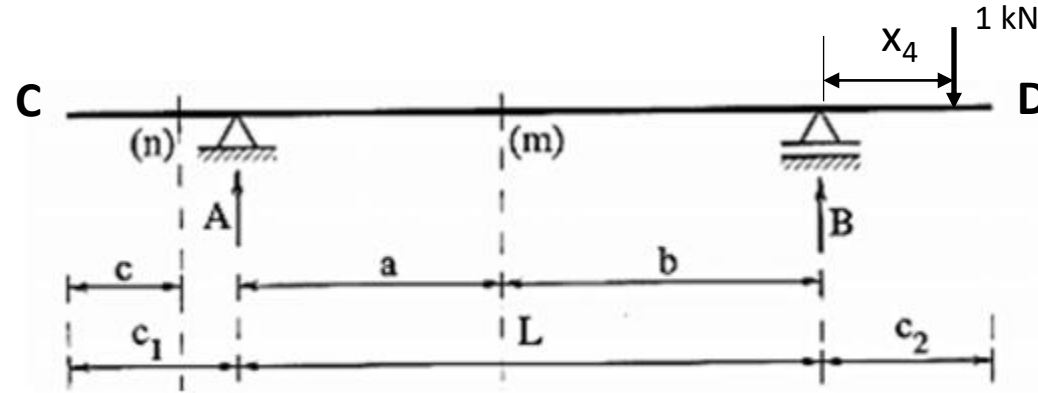
1. 1 kN luk kuvvet  $m - B$  arasında iken

$$\sum M_B = 0 \quad 1 \cdot x_3 = A \cdot L \quad A = \frac{x_3}{L}$$

$$\sum y = 0 \quad B = 1 - \frac{x_3}{L} \quad T_m = A = \frac{x_3}{L} \quad M_m = \frac{a \cdot x_3}{L}$$

$$x_3 = 0 \quad A = 0 \quad B = 1 \quad T_m = 0 \quad M_m = 0$$

$$x_3 = b \quad A = \frac{b}{L} \quad B = 1 - \frac{b}{L} \quad T_m = \frac{b}{L} \quad M_m = \frac{ab}{L}$$



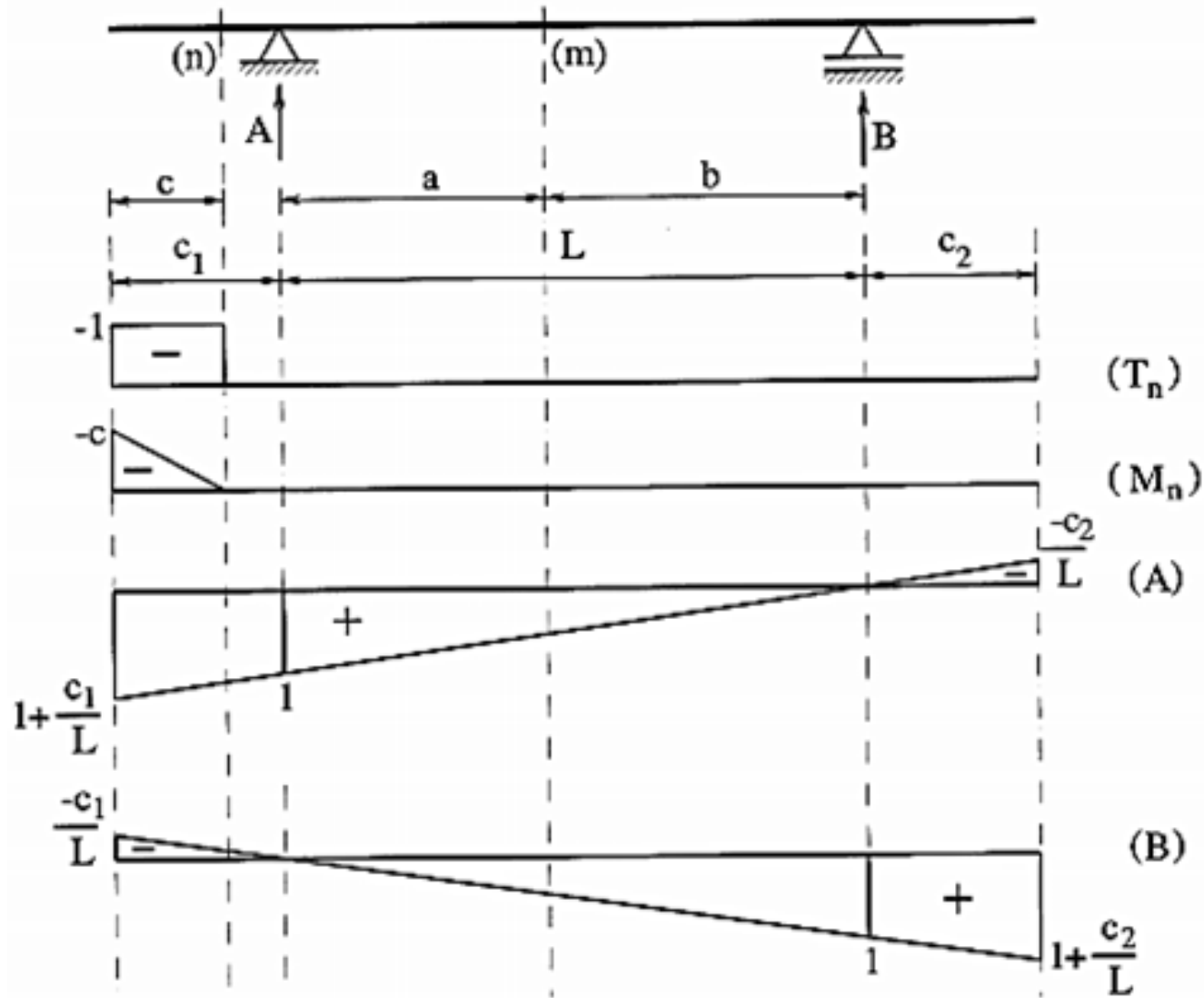
1. 1 kN luk kuvvet B – D arasında iken

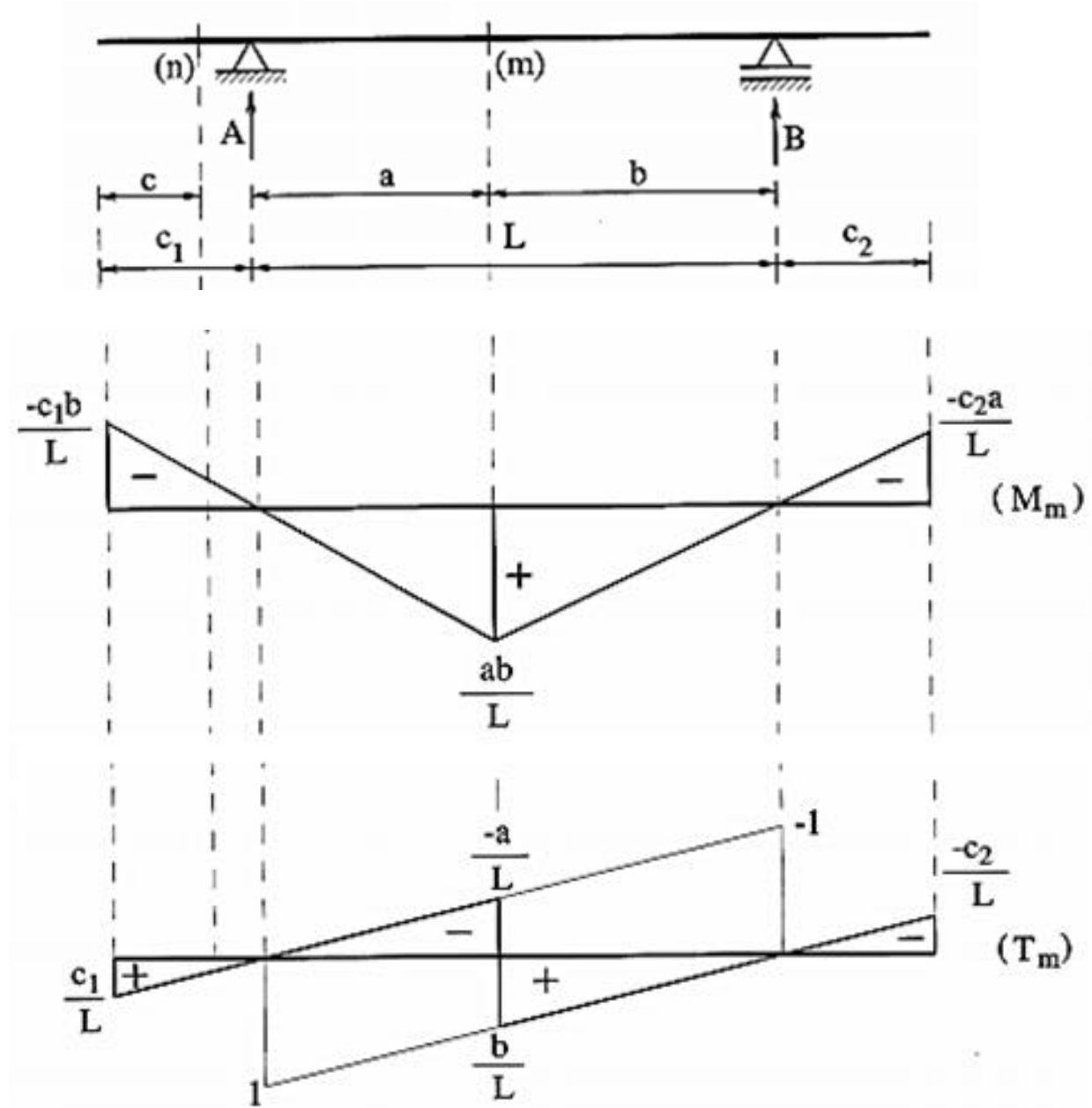
$$\sum M_B = 0 \quad \sum y = 0 \quad A = -\frac{x_4}{L} \quad B = 1 + \frac{x_4}{L} \quad T_m = -\frac{x_4}{L} \quad M_m = -\frac{a \cdot x_4}{L}$$

$$x_4 = 0 \quad A = 0 \quad B = 1 \quad T_m = 0 \quad M_m = 0$$

$$x_4 = c_2 \quad A = -\frac{c_2}{L} \quad B = 1 + \frac{c_2}{L} \quad T_m = -\frac{c_2}{L} \quad M_m = -\frac{ac_2}{L}$$

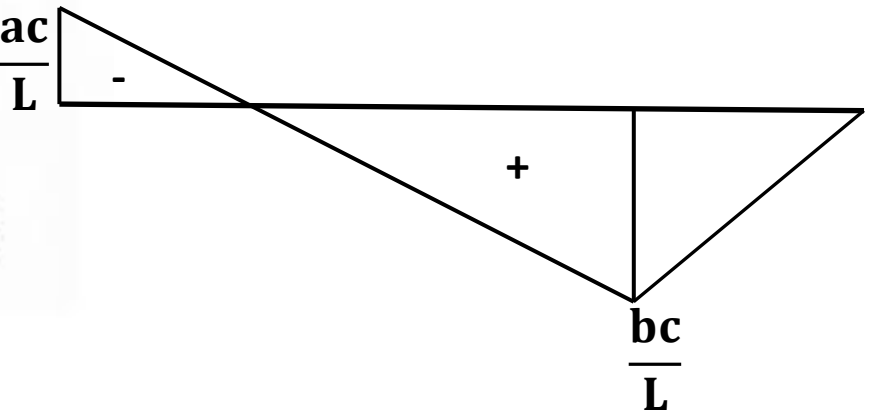
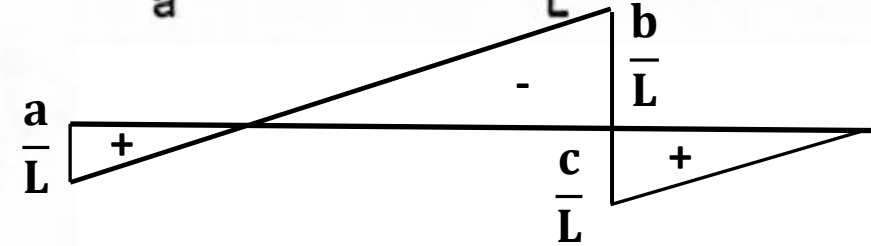
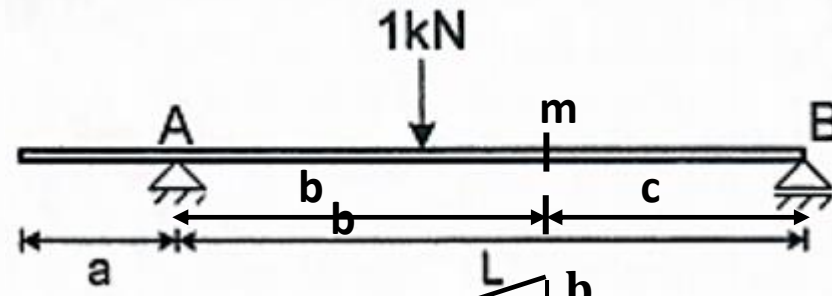
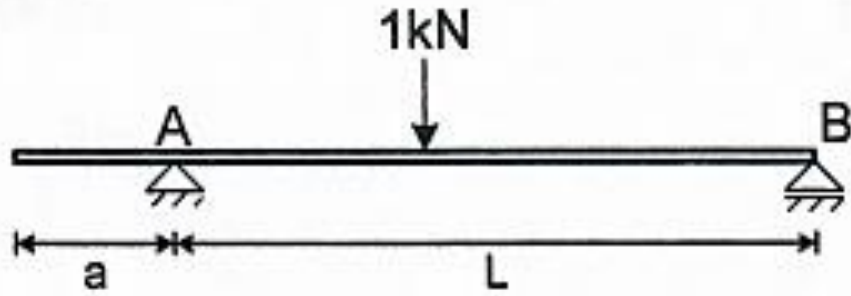
**Hareketli yüklere göre hesap – tesir çizgilerinin çizimi :**







# ÇIKMALI KİRİŞLER:

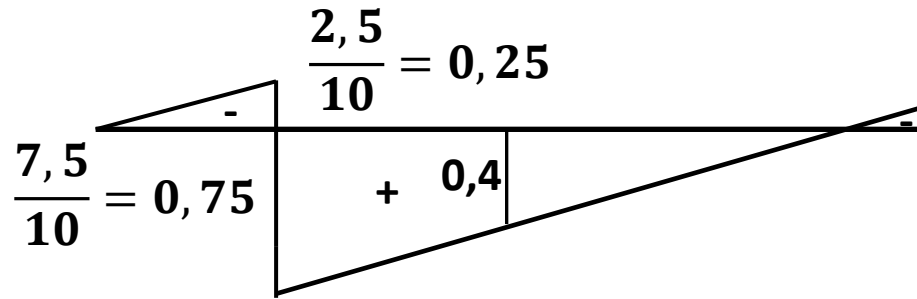
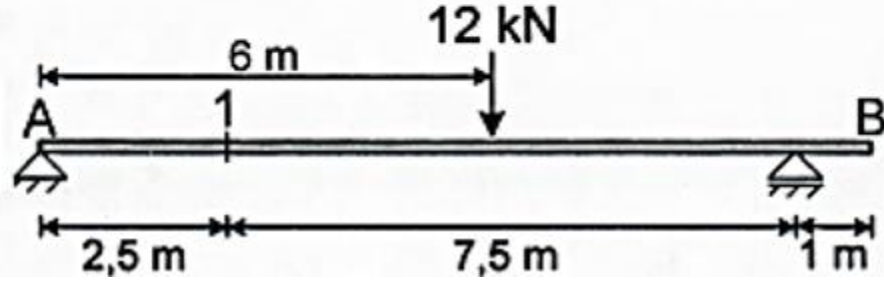


$T_m$

$M_m$

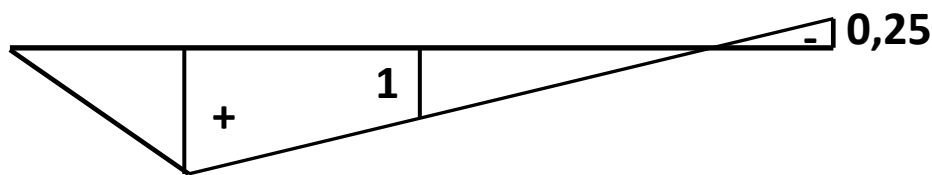
## Örnek:

Şekilde verilen sistemin 1 kesitine göre tesir çizgilerini çiziniz. Tekil yükün şekildeki konumuna göre 1 kesitinde meydana gelen  $T_1$  ve  $M_1$  kesit tesirini hesaplayınız.



$T_1$

$$T_1 = 12 \cdot 0,4 = 4,8 \text{ kN}$$



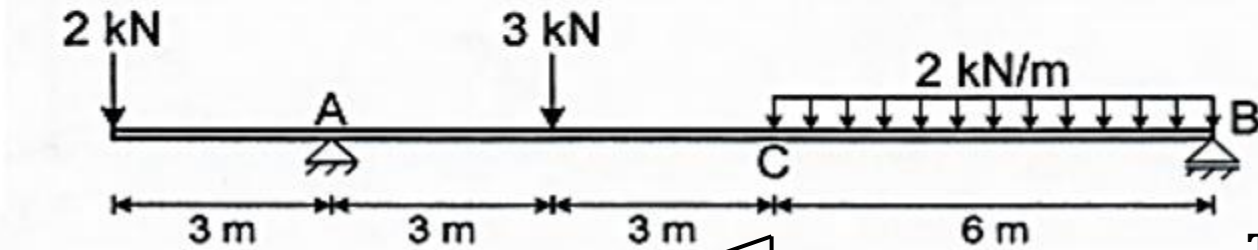
$M_1$

$$M_1 = 12 \cdot 1,0 = 12,0 \text{ kNm}$$

$$\frac{ab}{L} = \frac{2,5 \cdot 7,5}{10} = 1,875$$

### Örnek:

Şekildeki sistemde C kesitindeki kesme kuvveti ve moment değerlerini tesir çizgilerini kullanarak hesaplayınız.



$$T_C = 2 \cdot 0,25 - 3 \cdot 0,25 + 2 \cdot \frac{0,5 \cdot 6}{2} = 2,75 \text{ kN}$$

$T_c$

$$M_1 = -2 \cdot 1,5 + 3 \cdot 1,5 + 2 \cdot \frac{3 \cdot 6}{2} = 19,5 \text{ kNm}$$

$M_c$